DRAKONTOS

LOS NÚMEROS

NOS HICIERON COMO SOMOS

CALEB EVERETT

CRÍTICA

Índice

Portada
Sinopsis
Portadilla
Dedicatoria
Prólogo: Sobre el éxito de nuestra especie
Parte 1. Los números impregnan la experiencia humana
1. El tejido numérico en nuestro presente
2. Los grabados numéricos en nuestro pasado
3. Un viaje numérico alrededor del...
4. Más allá de las palabras: otros tipos de...
Parte 2. Los mundos sin números
5. La gente anumérica en la actualidad
6. Las cantidades en los cerebros de los más pequeños
7. Las cantidades en los cerebros de los animales
Parte 3. Los números y el moldeado de nuestras vidas
8. La invención de los números y de la aritmética
9. El número y la cultura: subsistencia y simbolismo
10. Las herramientas transformadoras
Agradecimientos
Notas
Créditos

SINOPSIS

Los números han formado la mayoría de las culturas. Transformaron los patrones humanos de subsistencia, dieron una posibilidad de expansión y de dominio sobre nuestro entorno a la vez que permitieron el impulso de otras técnicas como la agricultura, la astronomía y posteriormente la arquitectura (babilonios, sumerios, egipcios...), esenciales del saber humano e inconcebibles sin la especulación numérica. Por todo ello, Everett defiende que los números han cambiado directa o indirectamente las culturas y el saber humano, tanto en su vertiente social como espiritual.

Así como los ojos nos permiten diferenciar la luz y movernos por el mundo físico que nos rodea, los números nos ayudan a posicionarnos en él, a diferenciar sus cantidades y concebir nuevas conceptualizaciones para comprenderlo, abarcarlo. Esta obra se presenta como un estudio híbrido de antropología, lingüística y psicología de los números y su importancia.

LOS NÚMEROS NOS HICIERON COMO SOMOS

Caleb Everett

Traducción castellana de
Laura Sánchez

CRÍTICA
BARCELONA

Para Jamie y Jude, que han enriquecido
mi vida de manera incontable.

Prólogo
Sobre el éxito de nuestra especie

La supervivencia no es fácil. Si alguna vez te has aventurado en un entorno que no ha sido moldeado por la sociedad contemporánea, probablemente pronto te habrás dado cuenta de este hecho. Hacer senderismo a través de alguna selva tropical tú solo, por ejemplo, dejará una intensa impresión en ti. Además de la incomodidad del aire bochornoso y el sudor asociado (una adaptación pobre a lugares con humedad sofocante), por no mencionar preocupaciones como la variedad de bacterias, virus, insectos y especies más grandes de las que puedes ser presa, encontrarás que la simple acción de encontrar agua y comida es dificultosa o incluso imposible. Si has tenido la oportunidad de caminar junto a los indígenas de la selva amazónica a través del maleable sotobosque, tú —si te pareces mínimamente a mí— habrás sido consciente de cómo lo que te rodea puede devorarte con rapidez si no fuera por el conocimiento de a quien estás siguiendo. Juliane Koepcke, que sufrió el accidente del avión de pasajeros en el que viajaba a miles de metros sobre la selva peruana en 1971, sorprendió al mundo cuando sobrevivió al impacto y estuvo más de nueve días sola en la jungla. Era solo una adolescente, pero al ser hija de unos biólogos que trabajaban en el Amazonas su conocimiento del entorno ecológico le sirvió para salvar su vida. Aun así, no fue capaz de obtener comida durante el tiempo que duró la terrible experiencia hasta que fue salvada por los miembros de una cultura ribereña local.

La mayoría de la gente en su situación no sobrevive aislada en la selva. Tampoco aquellos perdidos en otros entornos ambientales prístinos que les son desconocidos. La historia de la navegación de los océanos está repleta de ejemplos de exploradores que se vieron forzados a confiar en la pericia local de comunidades indígenas cuando encallaron en nuevos hábitats. La «realidad» televisada con individuos que sobreviven en un entorno salvaje sin ayuda exterior solo es posible porque el superviviente «solitario» está provisto de las herramientas esenciales y, además, tiene el apoyo de un equipo de productores que lo han preparado de variadas maneras para el entorno en el cual es «abandonado» junto con un equipo de grabación bien preparado. Sin embargo, humildemente, tú o yo moriríamos en cuestión de días —o si tenemos más suerte, semanas— si nos quedáramos aislados en la mayoría de los ecosistemas del mundo.[1]

Resulta también sorprendente que individuos indígenas a menudo tengan dificultades en entornos que conocen bien si son aislados de su comunidad de manera accidental. Perderse bajo el follaje del bosque quizás sea en comparación menos peligroso para los nativos de junglas tropicales, por ejemplo, pero todavía puede resultar una situación traicionera para ellos. Conozco miembros de tribus en el Amazonas que han estado perdidos y en peligro cerca de su poblado y que apenas han sido capaces de sobrevivir, llegando a fallecer en algunos casos desafortunados. Ejemplos así nos hacen entender una cuestión importante y a menudo subestimada: la supervivencia humana depende del conocimiento almacenado en el depósito de la cultura, al que se accede a través de medios lingüísticos. A diario nos apoyamos en unos conocimientos que en realidad no son propios, pero que pueden ser fácilmente extraídos de las mentes de otros y que han sido adquiridos de muchas maneras, a menudo de modo aleatorio a lo largo del curso de milenios. Considera algunos ejemplos de tu propia cultura: no necesitaste inventar el coche o la calefacción o el método más eficiente para filetear una pechuga de pollo, sino que heredaste esa tecnología y esa forma de hacer las cosas. Modelamos nuestras acciones después de otros y aprendemos comportamientos de manera constante, bien de manera formal o informal, mediante el lenguaje. El grueso de nuestras actividades diarias, incluidas aquellas relacionadas con procesos fundamentales, tales como comer y dormir, dependen por completo de ideas que hemos absorbido de aquellos que nos rodean, quienes a su vez las absorbieron de otros. Mientras ciertas necesidades están biológicamente determinadas, el hecho de cómo manejarlas está condicionado por la cultura en la que nacemos. Casi todos los inventos materiales y de comportamiento que facilitan tu vida, desde el cepillo de dientes a un apretón de manos, son una innovación de otro humano o de un conjunto de humanos. En lo que se refiere a las ideas, heredamos mucho más de lo que innovamos. Y lo mismo podría decirse de los miembros de las culturas radicalmente diferentes a la nuestra. Los cazadores de Nueva Guinea no tienen que inventar arcos y flechas cuando la necesidad surge, pues heredaron esa tecnología a través de la enseñanza y la imitación. Cada generación de cualquier cultura construye sobre el conocimiento de las anteriores, a menudo adquirido a través de descubrimientos accidentales a los que puede que hayan seguido eventos dolorosos o mortales. Por ejemplo, los arcos, las flechas y otros elementos de caza básicos no fueron inventados todos de una vez. Evolucionaron en el transcurso de siglos, a medida que los cazadores se daban cuenta de las ventajas para salvar vidas de algunos tipos de arcos y flechas sobre otros para propósitos particulares.[2]

Nuestros medios de supervivencia, cada vez más refinados, son el resultado de un trinquete cultural. Este término, popularizado por Michael Tomasello, primatólogo y psicólogo de la Universidad de Duke, se refiere al hecho de que los humanos fijan el conocimiento de manera cooperativa, de una generación a la siguiente, como el clic de un trinquete. En otras palabras, el éxito de nuestra especie se debe en gran medida a la habilidad de los individuos para aprender y emular el comportamiento ventajoso de sus predecesores y de los contemporáneos de su comunidad. Lo que nos hace especiales a los humanos no es solo que seamos inteligentes, sino que no tenemos que estar inventando de forma continua nuevas soluciones a los mismos viejos problemas. Sabemos lo que funcionó en el pasado, aunque no necesariamente sabemos por qué funcionó entonces: solo porque sepas cómo recalentar un burrito no significa que tengas la más mínima idea de cómo diseñar un microondas o la red eléctrica que permite su uso.[3]

La importancia de adquirir de manera gradual el conocimiento custodiado en grupo —es decir, culturalmente cosificado pero no almacenado en la mente de un individuo concreto— se hace patente cuando nos fijamos en casos de culturas completas que casi desaparecieron porque parte de su conocimiento almacenado se disipó debido a la muerte de los individuos que servían de nodos decisivos en la red de conocimiento de la comunidad. En el caso de los esquimales del noroeste de Groenlandia, la población disminuyó a mediados del siglo XIX después de que una epidemia matase a los más ancianos de la comunidad. Estos fueron enterrados junto con sus herramientas y armas, de acuerdo con la tradición local, y la habilidad de los esquimales para fabricar estos utensilios en cuestión se vio muy comprometida. Esta y otras pérdidas de conocimiento al final perjudicaron sus esfuerzos para cazar caribúes y focas, así como para pescar peces de agua fría. Como resultado, su población tardó en recuperarse alrededor de cuarenta años, cuando el contacto con otro grupo de esquimales les permitió la restauración de la base del conocimiento común. En el transcurso de la historia humana, otras culturas se han extinguido completamente debido a degradaciones análogas de su conocimiento relacionado con la supervivencia o por la pérdida de tecnologías materiales básicas que no podían ser replicadas con facilidad.[4]

Dichos casos contravienen directamente la noción popular —hay quien diría que mitificada— de que los humanos sobresalen simplemente porque son más inteligentes que otras especies. Resulta que esta idea se mantiene con dificultad. Mientras que es obvio que somos más inteligentes que otras especies y que tenemos un cociente de encefalización alto (un gran cerebro para el tamaño de nuestro cuerpo), hay maneras en las que nuestra cognición innata no es tan avanzada como una vez asumimos. Muchos de nuestros atributos intelectuales distinguidos no están conectados directamente de manera genética, sino que son aprendidos de modos culturalmente dependientes. Mientras que la selección natural sin duda ha producido cerebros humanos extraordinarios, lo que resulta más sorprendente sobre nuesta especie es lo que hemos hecho con nuestro cerebro desde el advenimiento de nuestra cultura. En este libro me uno al coro *in crescendo* de antropólogos, lingüistas, psicólogos y otros profesionales que enfatizan este asunto. Estos académicos ponen el acento en que las innovaciones culturalmente dependientes, como el lenguaje, iniciaron una revolución cognitiva y conductual en nuestra especie. Sugiero en este libro que el conjunto de herramientas conceptuales llamadas «números» —palabras y otros símbolos para cantidades específicas— constituye un elemento clave de las innovaciones con base lingüística que han distinguido a nuestra especie. Y este es un hecho que han sido infravalorado. Los números son, como veremos, creaciones humanas que, como cocinar, las herramientas de piedra y la rueda, transformaron los entornos en los cuales vivimos y evolucionamos. Mientras los antropólogos, entre otros, han estado enamorados y destacando durante mucho tiempo dichos inventos y su papel en el cambio del guion de la historia de la humanidad, el papel de los números ha recibido insuficiente atención en el pasado. La motivación para esa falta de interés es sencilla: solo ahora estamos empezando a apreciar el alcance de los números en la remodelación de la experiencia humana.

Parte 1

Los números impregnan la experiencia humana

1

El tejido numérico en nuestro presente

¿Cuántos años tienes? Desde una edad temprana, la respuesta a esta pregunta está literalmente en la punta de tus dedos. Y quizás solo te ha hecho falta una fracción de un segundo para dar una respuesta. ¿Puede haber una pregunta más sencilla? Muchas facetas de nuestra vida se ven afectadas por el número de nuestros años. ¿Puedes conducir un coche? Bueno, depende de cuántos años hayas vivido. ¿Estás contento al mirarte en un espejo? Hasta cierto punto, eso estará influenciado por tu edad y lo que esperas de ti. ¿Deberías tener una ocupación más gratificante? Difícil de responder sin saber tu edad. La respuesta a estas y muchas otras preguntas, las cuales están en el centro de tu identidad y tu experiencia diaria, en realidad solo pueden establecerse si conoces la respuesta a la primera cuestión. Esa pregunta adquiere un significado innegable para las personas de nuestra matriz cultural.

Para aquellos de nosotros que atribuimos tanto valor a la edad, resulta sorprendente que esta cuestión no tenga la misma importancia para miembros de otras sociedades. Esto no es simplemente porque las personas de otras culturas no hagan un seguimiento de las vueltas que da la Tierra alrededor del Sol, sino porque no disponen de los medios para cuantificar de manera precisa dichas vueltas. Dicho de otro modo, no tienen números. Los indígenas del Amazonas conocidos como los mundurukú, por ejemplo, no poseen palabras concretas para los números más allá del dos. En el caso de sus vecinos en el Amazonas, los pirahã, no se usan palabras numéricas de ningún tipo, ni siquiera para el uno. ¿Cómo podrían entonces responder los hablantes de estas lenguas a la pregunta de cuántos años tienes? ¿Y a otras cuestiones basadas en números que la mayoría de las personas del mundo también contemplan como aspectos básicos de la vida? Consideremos unos cuantos ejemplos: ¿cuál es tu sueldo?, ¿cuánto mides?, ¿cuánto pesas? En un mundo sin números dichas cuestiones no tienen sentido, son impreguntables e incontestables. Estas preguntas y sus potenciales respuestas no pueden formularse, al menos no con precisión, en culturas anuméricas. Y durante mucho tiempo en la historia de nuestra especie, todas las sociedades fueron anuméricas. Los números, las representaciones verbales y simbólicas de cantidades, transformaron de forma radical la condición humana. En este libro exploro el alcance de dicha transformación, que ha sido extraordinariamente reciente. Me centro en el poder transformador de verbalizar los números, pero también examino el papel de los números escritos. Por claridad terminológica, me referiré a los números verbalizados simplemente como números y reservaré el término numeral para los números escritos. Cuando me refiera a las cantidades abstractas descritas por números usaré símbolos como 1, 2, 3, 4, etcétera.

En la década pasada se produjo un frenesí a la hora de investigar sobre números y numerales por parte de arqueólogos, lingüistas, psicólogos y otros profesionales. A partir de estos estudios, una nueva historia de los números está empezando a tomar forma, una historia que se cuenta en este libro y que podría resumirse así: a pesar de lo que una vez pensamos, los números no son conceptos que tenga la gente de manera natural y de nacimiento. Mientras que las cantidades y los conjuntos de elementos podrían existir independientemente, al margen de nuestra experiencia mental, los números son una creación de la mente humana, un invento cognitivo que ha alterado para siempre cómo vemos y distinguimos las cantidades. Para muchos de nosotros, que hemos vivido toda nuestra vida con números, quizás esta noción no es intuitiva y ha engatusado nuestra experiencia mental desde la infancia. Así como la otra clave de innovación simbólica interrelacionada de nuestra especie —el lenguaje—, los números son en realidad una creación que varía de una cultura a otra. Sin embargo, a diferencia del lenguaje, los números están ausentes en algunas de las civilizaciones del mundo. Son una innovación que inevitablemente tiene un impacto en cómo la mayoría de la gente, pero no toda, interpreta una gran parte de su experiencia diaria. Este impacto indeleble es el núcleo de la historia que este libro cuenta.

Examinaremos el modo en que esos números, una de las invenciones clave en el curso de la historia de nuestra especie, sirvieron como un tipo de sílex que prendió la línea del tiempo humana.

En esta historia se ven involucradas montones de piezas. Más adelante, en este capítulo, esbozo el modo en que este libro intenta ir de una pieza a otra, a la vez que sigo un camino coherente hacia una conclusión recientemente formada. Pero antes hablemos de esas piezas: debería ejemplificar qué quiero decir cuando digo que los números transforman la experiencia humana. Quizás el mejor modo de hacerlo es examinar más a fondo cómo percibimos el paso del tiempo. He observado que sin números, obviamente, no puedes etiquetar la cantidad de viajes que da la Tierra alrededor del Sol desde tu nacimiento. Pero quizás podrías dar una respuesta acerca de tu edad, puesto que todavía se puede tener cierta idea. Podrías saber que naciste antes que tu hermana y después que tu hermano, por ejemplo, así que serías capaz de deducir que eres más mayor que ella y más joven que él. Y podrías reconocer los cambios de estaciones y darte cuenta de que has vivido a lo largo de varios ciclos estacionales. De modo que al menos sabrías que tienes unos cuantos años y quizás que has experimentado comparativamente más o menos años que tus contemporáneos. Aun así, como veremos en nuestra discusión de las personas anuméricas en el capítulo 5, dicho sentido de la edad es vago si uno no tiene el recurso de los números. Sin embargo, el papel de los números en nuestra percepción temporal es más evidente cuando consideramos el paso del tiempo a su nivel más básico, al margen de cómo enumeramos los años.

Esta consideración requiere una breve digresión en nuestra comprensión general del tiempo. En cierto modo, el tiempo es una noción difícil de entender ya que es intrínsecamente abstracta. ¿Qué significa percibir o sentir el tiempo? Bien, resulta que la respuesta depende de a quién preguntes, y de qué cultura sea o qué lengua hable. Investigaciones recientes han demostrado que el tiempo se concibe de modos dispares entre algunas poblaciones. A continuación abordo parte de esta variación cultural y luego sugeriré que los números han jugado un papel inefable en dar forma a la experiencia, culturalmente variable, del tiempo.

A menudo hablamos sobre el paso del tiempo, y a veces de no percibirlo. De hecho, yo lo he reflejado en los párrafos anteriores, y dudo que hayas considerado ese modo de expresarse poco habitual. También hablamos del tiempo moviéndose «lentamente» o «rápidamente», pero por supuesto todas estas maneras de hablar son metafóricas. En realidad, el tiempo no se mueve, no nos movemos a través de él. Los científicos cognitivos establecieron hace algunas décadas que los humanos tiene una tendencia generalizada a utilizar cosas concretas, como objetos que se mueven en el espacio, para describir con metáforas aspectos abstractos de nuestras vidas, como el tiempo. De modo que podemos hablar sobre el «movimiento» del tiempo, o a la inversa, sobre «estar atravesando» una mala época, o «ver» que se aproximan tiempos difíciles, o de nuestra incapacidad para «volver» al pasado o de escoger la «senda» profesional adecuada, o de enfrentarse a un encrucijada en el «camino» de nuestra vida, etcétera. Para los hablantes de español y otros muchos idiomas, hay innumerables expresiones que reflejan y cosifican interpretaciones espaciales del tiempo. La más destacada entre estas orientaciones metafóricas es la que impregna los ejemplos que acabamos de dar, en la cual nos enfrentamos al futuro como el tiempo que pasa a través de nosotros. Sin embargo, resulta que para hablantes de otras lenguas el tiempo no funciona de este modo. Para los hablantes de aimara y otras cuantas lenguas, el futuro no se encuentra delante de la persona que habla. De hecho, en aimara el futuro se encuentra tras la persona que habla, mientras que el pasado se localiza metafóricamente frente al orador. Esta orientación es evidente en varias expresiones sobre el tiempo y en los gestos que hacen con la mano de manera fluida sus hablantes cuando hablan sobre eventos pasados y futuros: podría decirse que dicha orientación metafórica representa de forma más directa la experiencia humana, ya que lo que podemos «ver» es lo que ha pasado en nuestro pasado. Por lo tanto, algunos humanos perciben el «movimiento» del tiempo de una manera que parece diametralmente opuesta al modo en que nosotros la describimos y percibimos.[1]

La base espacial maleable del pensamiento temporal es mucho más evidente cuando consideramos otro modo en el cual podemos representar el tiempo con metáforas, en concreto, cuando se mueve de izquierda a derecha sobre una línea medible. En nuestra cultura, y otras, hay infinidad de modos en los cuales el tiempo está representado así. Estos incluyen calendarios, las barras de progreso de Netflix y YouTube, cronogramas en los libros de historia, etcétera. Y una evidencia experimental robusta sugiere que dichas prácticas simbólicas estándares impactan en cómo percibimos el tiempo. Por ejemplo, cuando a los estadounidenses se les da un conjunto de láminas que representan sucesos en diferentes etapas (por ejemplo, dibujos de un plátano siendo pelado y comido) y se les pide que ordenen esos instantes del primero al último, normalmente los colocan de izquierda a derecha, de modo que las primeras imágenes están más cerca de la parte izquierda de su cuerpo. Sin embargo, cuando se da la misma tarea a personas de otras culturas, el orden cambia. Recientemente, la lingüista Alice Gaby y la psicóloga Lera Boroditsky se han encontrado que, en la cultura australiana de los thaayorre, en la península del Cabo York, la gente no ordena las imágenes de izquierda a derecha, tampoco de derecha a izquierda —otro patrón que aparece en algunas culturas—, sino que en su lugar orientan la secuencia según la trayectoria del sol, con los primeros instantes colocados hacia el este y los últimos hacia el oeste, sin tener en cuenta la dirección hacia la que mira la persona que los organiza.[2]

Dichos hallazgos reflejan un asunto importante: el modo en que pensamos el tiempo es en gran parte un tema de práctica lingüística y cultural. Y aquí es donde los números aparecen en la historia de cómo damos sentido a esta faceta fundamental de nuestras vidas, porque los números claramente afectan a cómo pensamos el «movimiento» del tiempo. Ya sea si pensamos en el tiempo como algo que pasa a través de nosotros o como algo que se mueve en una línea frente a nosotros, su «movimiento» es divisible y contable. Piensa de nuevo en la barras de progreso de los vídeos *online* y cómo los números (marcados en minutos y segundos) siguen el icono que representa el momento que se está mostrando en el vídeo. De hecho, los números son ubicuos en representaciones simbólicas espaciales del tiempo como los calendarios de izquierda a derecha y los cronogramas. Esta conceptualización numerocéntrica del tiempo puede decirse que gobierna nuestras vidas.

¿Qué es el tiempo? Para mí, cuando escribo estas palabras, son las 10:46 a. m. en la costa este de Estados Unidos. Como es ese momento del día, estoy en mi oficina, en mi escritorio, más que en casa o en cualquier otro lugar. Pero ¿qué significa realmente el tiempo? Bueno, significa que han pasado diez horas y cuarenta y seis minutos desde la medianoche, sí, por supuesto, pero eso es una reafirmación tautológica. ¿Qué son las horas? ¿Qué son los minutos? En realidad no existen más allá de nuestra experiencia mental y numérica. Son solo medios arbitrarios para cuantificar nuestra existencia, para dividir el paso del tiempo metafóricamente en unidades discretas. Son una indicación del hecho de que los humanos en algún momento decidieron cuantificar el tiempo, numerar instantes de experiencia. El tiempo podría ser real, existir más allá de nuestra propia experiencia, pero las horas, minutos y segundos existen solo en nuestras mentes, como un modo de relacionarnos con el mundo. Este medio para relacionarse es de por sí debido a tradiciones lingüísticas y culturales concretas. Dichas unidades de tiempo como horas, minutos y segundos son realmente los restos de sistemas numéricos antiguos. Estas unidades son solo vestigios lingüísticos de civilizaciones extintas.

Fijémonos en la división de cada una de las rotaciones de la Tierra: cada día, 24 horas. ¿Por qué está cada día dividido así? Después de todo, no hay una motivación astronómica para esta división, y en teoría podríamos tener cualquier número de horas aleatorio por día. Pero nuestro sistema de control de horas de trabajo debe su existencia en gran parte a una tradición empezada por los antiguos egipcios, quienes desarrollaron relojes solares hace más de 3.000 años. Estos relojes solares fueron diseñados para hacer una división de la luz del día en doce partes iguales. Esta partición en doce era simplemente una consecuencia de la elección de los egipcios de dividir la luz de una manera adecuada a su cultura, que les permitiera medirla por la sombra de los relojes de sol. La elección tenía en cuenta diez unidades de luz de sol desde el amanecer al anochecer, una elección natural, ya que en el Antiguo Egipto tenían un sistema de numeración decimal como el nuestro. Y los creadores del reloj solar también añadieron una unidad para el alba y otra para el ocaso, los períodos del día que no está oscuro pero en los cuales el Sol no está visible en el horizonte. La decisión simple de los egipcios de dividir la luz solar de esta manera llevó a unidades de tiempo basadas en el número 12, dando a los días un aspecto duodecimal. Como veremos en el capítulo 3, hay muchas bases en los sistemas numéricos hablados del mundo y el sistema duodecimal es poco común (y en cierto modo confuso para mucha gente que está familiarizada con, por ejemplo, el sistema decimal). Aun así, debido a la elección hecha por los creadores de relojes del Antiguo Egipto, nuestro lenguaje e idea del tiempo están basados en gran parte en un sistema duodecimal. Este permanece ahora arraigado con firmeza en nuestras vidas e impone una cierta visión de nuestros días. La existencia de noches de doce horas se debe también a los egipcios, llegando así, de manera más indirecta, al ciclo de 24 horas día/noche que nos es tan familiar. Este último sistema fue codificado más formalmente por los astrónomos griegos en el período helenístico, aunque las horas de una duración exacta e igual no pudieron resultar atractivas hasta que se inventaron mecanismos más precisos para controlar el tiempo (el reloj de péndulo, una innovación clave en el control del tiempo, no se creó hasta mediados del siglo XVII). Entonces, básicamente, la existencia de las horas es un accidente histórico. Si los relojes solares egipcios hubiesen dividido la luz del sol en diez partes en lugar de doce, habríamos tenido diez unidades de tiempo principales por día y noche. La rotación de la Tierra se habría dividido en veinte «horas».[3] De hecho, un sistema de control del tiempo basado en el sistema decimal se implementó en Francia inmediatamente después de la revolución, pero el sistema no llegó a calar debido al afianzamiento cultural de las horas y los minutos. Parece que resulta más fácil para una nación destronar una monarquía y decapitar a una porción considerable de su ciudadanía que reorientarse a sí misma en unas nuevas unidades de tiempo.

Los minutos y segundos son también el resultado de decisiones cultural y lingüísticamente accidentales hechas hace mucho tiempo. Estas unidades de tiempo se deben al sistema sexagesimal (base 60) empleado en Babilonia y, antes, en Sumeria. Estas culturas parece que fueron las primeras en usar dicha base para cálculos de astronomía por razones que siguen siendo vagas. Algunos creen que el sistema sexagesimal ganó importancia en Mesopotamia porque es divisible por los números del 1 al 6, así como el 10, el 12, el 15, el 20 y el 30. Otros creen que los sistemas de base 60 probablemente surgen porque los humanos tienen cinco dedos en una mano que usan para contar las doce falanges de los dedos que no son el pulgar de la otra mano y $5 \times 12 = 60$. En cualquier caso, los sistemas sexagesimales no son comunes. Solo se han desarrollado unas pocas veces durante la historia del lenguaje del mundo. La naturaleza del sistema sexagesimal para contar de Babilonia es la razón de que los minutos y los segundos duren lo que duran, porque estas son las unidades de tiempo que usas cuando divides las horas y los minutos entre sesenta. La gente puede ahora confiar en métricas independientes para definir los segundos, por ejemplo, la duración de un número predefinido de fluctuaciones de energía en un átomo de cesio. Esta definición sirve como el estándar de los relojes atómicos. Pero dicha métrica fue escogida solo porque es muy próxima a la duración de los segundos tradicionales, que eran simplemente un derivado de un sistema numérico antiguo que producía un medio efectivo, pero podría decirse que poco manejable, de referirse al tiempo.

En resumen, nuestro constructo del tiempo está influenciado por el esquema metafórico del tiempo en el espacio. Aunque, significativamente, esa visión del tiempo basada en el espacio está cuantificada en modos que son por completo dependientes de la existencia de números. Si concretamos aún más, esta cuantificación depende de las características de los sistemas numéricos que se usaron una vez en lugares como la antigua Babilonia. Nuestro modo de pensar en el tiempo, en unidades discretas cuantificables de horas, minutos y segundos, se debe a las características de lenguas y culturas extintas, cuyos vestigios permanecen en nuestras vidas contemporáneas. Estas señales orientan continuamente cómo organizamos nuestra experiencia diaria. De manera que números antiguos con características excéntricas siguen dando forma al modo en que experimentamos el tiempo, esa abstracta aunque fundamental parte de la vida. Nuestro día a día está, después de todo, gobernado por las horas, los minutos y los segundos. Aunque el tiempo en realidad no se da en estos o en cualquier otra unidad discreta. La segmentación del tiempo en unidades cuantificables es en verdad una fantasía de la mente humana.[4]

Esta discusión del papel de los números a la hora de dar forma a nuestra percepción del tiempo resulta ilustrativa de con qué fuerza los números —y las diferencias entre sistemas numéricos— pueden tener un impacto en nuestras vivencias cognitivas y conductuales. Aunque veremos en el transcurso de este libro que la invención de los números impactó en nuestras vidas y, de manera más general, en la historia de la humanidad y en muchos otros modos igual de profundos. Pero antes de hablar de ello, tenemos que ver algo más sobre los antecedentes relevantes de nuestra especie. Estos antecedentes son esenciales para la historia de los números que este libro cuenta, y están muy relacionados con ella.

UN JOVEN *HOMO SAPIENS*

Nuestra capacidad para medir el paso del tiempo viene bastante bien cuando discutimos el reciente origen del *Homo sapiens*. Los números ayudan a representar cómo de joven es nuestra especie. El universo tiene alrededor de 13.700 millones de años; la Tierra, alrededor de 4.500 millones, y la vida eucariota, sobre 3.000 millones. La aparición de los primates sucede en algún momento hace alrededor de 65 millones de años. El registro fósil sugiere que los homínidos, incluidos los ancestros de los humanos, han vivido durante solo una décima parte de ese tiempo. Hay un gran debate abierto sobre exactamente cuándo aparecimos por primera vez nosotros, los humanos modernos, pero se da por concluyente que hemos estado por aquí al menos 100.000 años. Si aceptamos la última cifra por el momento, esto significa que solo hemos existido alrededor de un año por cada 130.000 años del universo. Esta es a menudo una característica no reconocida de los humanos: somos muy pero que muy jóvenes. A pesar de nuestra juventud, hemos dado forma de muchas maneras a este planeta sobre el cual hemos estado residiendo por una pequeña fracción de su existencia, más en concreto en los últimos pocos miles de años. Los números, como veremos, son una gran parte de cómo y por qué ha sucedido esto.[5]

Una extensa cantidad de datos demuestran que el *Homo sapiens* y sus ancestros evolucionaron en África. Las componentes clave de nuestras características físicas actuales empiezan a tomar forma ahí: por ejemplo, el hecho de ser bípedos se hizo evidente primero en los australopitecinos, cuyas huellas de hace 3,7 millones de años son evidentes en las cenizas volcánicas de Laetoli, Tanzania. Cerebros más grandes también se dieron en el *Homo* *erectus* (hace 1,8 millones de años) y el *Homo heidelbergensis* (hace más de medio millón de años), especies que se las apañaron para explorar otros continentes diferentes del africano, pero cuyo registro material no es tan sugerente como el dramático salto cognitivo hacia delante del *Homo sapiens*. Este último asunto da pistas sobre algo esencial: los ancestros humanos tenían cerebros relativamente grandes, aunque no tan grandes como el nuestro, mucho antes de que nosotros apareciésemos en escena (aunque, a pesar de sus grandes cerebros, el comportamiento de nuestras especies pasadas más cercanas no fue ni por asomo tan notable cuando la comparamos con otros grandes simios). Poco se parecía a los humanos modernos o al *Homo neanderthalensis*, nuestra especie hermana que vivió en Europa durante más o menos medio millón de años hasta su extinción, que parece que se aceleró con nuestra llegada a ese continente.[6]

De modo que una manera razonable de enmarcar la evolución de nuestra especie es tratarla como uno de los cambios radicales recientes. Por supuesto, nuestro linaje ha estado evolucionando durante millones de años de diferentes modos que nos han hecho, psicológicamente, quienes somos hoy, aunque la mayoría de ese tiempo nuestros antepasados tuvieron vidas cortas y duras, a menudo siendo presas de especies africanas más grandes. No siempre superamos a otras especies del modo en que lo hacemos ahora. Hace poco hablé con un compañero antropólogo, un paleoarqueólogo que estudia los fósiles de varias especies de homínidos en África. Mencionó que una de las características más llamativas de estos fósiles es la violencia que reflejan. Muchos tienen lesiones y fracturas óseas, y a menudo muestran las huellas dentales de depredadores y carroñeros. La mayoría son de niños y jóvenes. Con frecuencia, estos fósiles se localizan en las guaridas de depredadores como leones, y sugieren, de manera desoladora, que muchos de nuestros antepasados vivieron vidas breves y difíciles, esforzándose en competir con sus peligrosos vecinos.

Se puede decir que muchos de estos esfuerzos son resultado de un aparente estancamiento cognitivo que resulta evidente en las innovaciones graduales de material patentes en el registro fósil durante varios millones de años. Fijémonos en el hacha de mano fabricada en piedra. Los antropólogos se refieren a ella como hacha achelense; el *Homo habilis* fue el primero en desarrollarla, hace alrededor de 1,75 millones de años. Esta hacha de mano, portable y muy práctica, se convirtió en una herramienta crucial para nuestros antepasados. Aunque era asombrosamente simple en comparación con, por ejemplo, el átlatl o la flecha y el arco. Y de algún modo los homininos dependieron casi en exclusiva de ella durante más de 1,5 millones de años. Con su bipedestación, cerebros relativamente grandes y herramientas sencillas, nuestros antepasados parecen haber estado en la plataforma de lanzamiento hacia la modernidad durante cientos de milenios. Aunque el lanzamiento fue fallido hasta un arranque reciente.

Después de la lucha de nuestros antepasados por la supervivencia durante la mayor parte del Paleolítico, las cosas sufrieron un intenso cambio para mejor. La era paleolítica duró desde hace alrededor de 2,5 millones de años hasta hace aproximadamente 10.000 años. En algún momento en los pasados 200.000 años, lo más probable es que en torno a 100.000 años según el registro arqueológico, se produjera una modificación radical en cómo pensaban nuestros antepasados. Este cambio es evidente, por ejemplo, en las herramientas de hueso complejas y pulidas descubiertas junto con otros artefactos en la cueva de Blombos, en Sudáfrica, y en otras que discutiremos con más detalle en el capítulo 10. Poco después de que se inventasen esos utensilios, los humanos empezaron seriamente a dejar África. Los análisis genéticos de los humanos vivos en la actualidad sugieren que las personas modernas que no son africanas son los descendientes de un pequeño grupo de *Homo sapiens* cuyo éxodo africano los llevó probablemente a través del mar Rojo por el estrecho de Bab el-Mandeb.[7]

Lo que sucedió después no tenía precedentes y resultó impredecible, ya que los humanos fueron una de las últimas especies que se enfrentaban a una amenaza real de extinción. Mientras otros primates dejaron África de manera accidental, principalmente para acabar en otra biota tropical, nuestros ancestros empezaron un proceso de exploración deliberada que persiste hoy en día. A través de una circunvalación global que duró docenas de milenios, hasta que los humanos alcanzaron el extremo de América del Sur hace alrededor de 14.000 años, nos adaptamos a casi cualquier medioambiente global. Superamos a especies en entornos difíciles, como la tundra siberiana, los bosques de Tasmania, el desierto del Atacama y casi todas las biosferas que hay entre medias. El registro arqueológico muestra nuestros avances. De modo bastante simple, los humanos se habituaron a la adaptación. Esta recién descubierta adaptación habría sido imposible, por supuesto, sin el lenguaje y la cultura, las características más destacadas de nuestra especie.[8]

Los orígenes del lenguaje y la cultura son todavía un asunto muy debatido. Según el trabajo de muchos antropólogos, la revolución lingüística y cultural humana fue debida en gran medida a una mayor dependencia de la colaboración. Esta supeditación era doble: primero los humanos se veían forzados a depender de la colaboración para vencer a las otras especies, y segundo, grupos concretos se apoyaban en formas más avanzadas de colaboración cuando competían con otros clanes. Esta afirmación está apoyada en el hecho de que los humanos, aunque no estaban conectados aparentemente por el lenguaje de modo específico, estaban predispuestos a colaborar de manera intencionada con otros miembros de su especie. Los infantes humanos, que carecen de algunas de las funciones cognitivas superiores de otros grandes simios, son observadores entusiastas de colaboraciones potenciales con otros individuos. La instalación de la colaboración en el *hardware* humano parece haber sido, como mínimo, un importante precursor de un cambio de los sistemas de comunicación básicos de gestos de los simios a otro más robusto, el sistema de comunicación basado en el habla, propio de los humanos. En otras palabras, lo que nos hace criaturas lingüísticas no es tanto que estemos provistos de manera innata de un conjunto específico de habilidades lingüísticas, sino que seamos capaces de cooperar y colectivizar nuestras capacidades cognitivas, muchas de las cuales son evidentes en otros simios más desconectados. Este movimiento hacia la cooperación parece haber jugado un papel fundamental en nuestras vidas cognitivas, produciendo un cambio comunicativo que ayudó a hacernos inequívocamente humanos. El lenguaje habría sido imposible sin nuestro énfasis en la cooperación, junto con la atención asociada que empezamos a prestar a las ideas y las intenciones de otros. Sea cual sea su origen, es indiscutible que el lenguaje reformuló la experiencia humana y nos permitió sobresalir antes y después de dejar África.[9]

El lenguaje da forma a cómo pensamos, incluso facilitando ciertos tipos de pensamiento no lingüístico. De manera más provechosa, nos permite nuevas formas de cooperación y hace a los humanos capaces de transmitir las soluciones a retos ecológicos, tanto en una generación como a través de otras. Las palabras, el conducto de las ideas, son herramientas cognitivas que permiten a la gente registrar y expresar soluciones al abanico de problemas novedosos a los que se enfrentan cuando se adentran en un nuevo ambiente. La innovación del lenguaje permite a los humanos acceder a las ideas en las mentes de otros humanos y transmitirlas sin esfuerzo, sin tener que generar continuamente unas nuevas. Posibilita el trinquete cultural intergeneracional que mencioné en el prólogo. Seguimos bien adaptados a nuestros entornos actuales, incluso en escenarios urbanos en un mundo modernizado, porque se nos han transmitido las ideas, a través del lenguaje, de las mentes de otros desde nuestra infancia. El lenguaje y otras prácticas culturales simbólicas nos permiten almacenar y acceder fácilmente a los conceptos, incluyendo los básicos, que nos posibilitan nuestra supervivencia cultural e individual.[10]

Mientras que la explicación definitiva de la aparición del lenguaje está aún perdida o atascada en el tiempo —causando tormento en la penumbra del registro arqueológico—, una respuesta como la que se sugiere aquí no resulta controvertida. Está claro que las palabras y otras representaciones simbólicas sirven y sirvieron como herramientas incisivas, probablemente el mayor conjunto de capacidades que jamás hemos adquirido. Hay un subconjunto de este grupo de instrumentos verbales, las herramientas cognitivas de los números, que jugaron un papel particularmente penetrante, esculpiendo la humanidad desde su éxodo africano y es probable que antes incluso de que dejásemos África. Este subconjunto de herramientas verbales nos permite ver y manipular cantidades de nuevas maneras. Como ya señalé, las herramientas específicas en cuestión nos posibilitan percibir el tiempo también de un modo nuevo. Este libro sugiere que estas capacidades numéricas también nos llevaron al advenimiento de la agricultura y de la escritura, e indirectamente a las tecnologías que surgieron de estos dos últimos fenómenos. Son herramientas que alteraron para siempre nuestra experiencia conceptual y conductual.

CANTIDADES EN LA NATURALEZA, NÚMEROS EN NUESTRA MENTE

A menudo la función de las palabras es etiquetar objetos o ideas preexistentes. Por ejemplo, la palabra «panda» etiqueta cierta especie de mamífero. Esa especie existe sin importar la existencia de la etiqueta. Pero a veces las palabras denotan conceptos que no existen realmente más allá de las palabras en cuestión. Fijémonos en el caso del color. Una y otra vez interactuamos con la porción visible del espectro de luz, un segmento menor del rango de ondas electromagnéticas. Ese espectro visible de luz es continuo, sin divisiones físicas definitivas. Así, por ejemplo, no hay un punto concreto suyo en el cual el azul y el verde estén claramente separados. Por el contrario, estos dos colores se funden el uno en el otro. Por esta razón muchas lenguas prescinden de términos como «verde» y «azul» empleando en su lugar una palabra para la categoría de color «verzul». Sin embargo, los hablantes de lenguas como el español se refieren a este contraste de colores todo el tiempo. Al hacerlo, esencialmente provocan la existencia de una distinción clara entre verde y azul. Usan palabras para comunicar porciones del espectro de luz que pueden distinguirse más o menos, pero que no tienen límites absolutos. Los hablantes de otras lenguas dividen el espectro de color de manera diferente. Por ejemplo, el berinmo de Nueva Guinea usa los términos *wol* y *nor*, palabras que distinguen porciones del espectro de luz referidas por el mismo término español que «verde». Dichas diferencias translingüísticas provocan efectos sutiles pero fehacientes en el modo que los hablantes de dichas lenguas perciben y evocan los colores. En resumen, estos términos no solo etiquetan conceptos preexistentes de color compartidos por todos los humanos, también crean conceptos de color limitados de manera más rígida.[11]

Muchos de los términos para los colores nos ayudan a demarcar y concretizar ciertas porciones del espectro de luz; las palabras y otros símbolos para los números generan tipos específicos de cantidades en nuestras vidas mentales. Resulta que los humanos no vemos divisiones entre la mayoría de las cantidades sin los números. En ausencia de estos, el modo en que vemos cantidades de objetos en nuestros entornos naturales no sería diferente del de muchas otras especies. Si no fuera por nuestra capacidad para innovar y adoptar números, no tendríamos las herramientas que son prerrequisito para navegar, intencionadamente y con una dirección, en el mar de cantidades que nos rodea.

Puede parecer raro sugerir que los números son una invención humana. Después de todo —podría decir alguien—, existiesen o no los seres humanos seguiría habiendo números predecibles en la naturaleza: habría el ocho (tentáculos de un pulpo), el cuatro (estaciones), el veintinueve (días en un ciclo lunar), etcétera. Sin embargo, estrictamente hablando, estas son cantidades simples que ocurren de manera regular. Podría decirse así que existen cantidades y correspondencias entre cantidades más allá de la experiencia mental humana. Los tentáculos de un pulpo se darán de manera regular incluso si no somos capaces de percibir esa regularidad. Pero los números son las palabras y otras representaciones simbólicas que usamos para diferenciar cantidades.[12] Al igual que los términos para colores crean límites mentales más claros entre tonalidades de porciones adyacentes del espectro visible de luz, los números crean límites conceptuales entre cantidades. Esas fronteras podrían reflejar una división real entre cantidades en el mundo físico, pero estas divisiones son generalmente inaccesibles para la mente humana sin números.

Las palabras para números que representan cantidades con frecuencia han sido consideradas etiquetas convenientes para conceptos con los que los humanos están de manera innata dotados o que aprenden de manera natural durante el desarrollo biológico. Por el contrario, los trabajos más recientes sugieren que los números son simples etiquetas. Como lingüista y especialista en números, Heike Wiese ha señalado de manera reveladora que «el lenguaje nos da ejemplos de números, palabras que podemos emplear como números, más que tan solo nombres que empleamos para denotar números y para razonar sobre ellos».[13] La mayoría de cantidades específicas no existen en nuestras mentes en la ausencia de los números. Esta afirmación podría sorprender a algunos, pero está bien asentada empíricamente. Por el contrario, la suposición de que los números son meras etiquetas para ideas preexistentes no está en realidad respaldada de manera adecuada. Resulta que los humanos, como otros animales, no pueden entender de forma precisa y consistente cantidades exactas más allá de tres, a menos que tengan números.

Más allá de tres podemos solo estimar la cantidad de objetos que estamos percibiendo si no conocemos los números. Este hallazgo ha sido respaldado con el trabajo experimental reciente, dirigido por muchos académicos (entre los que me incluyo), con gente de culturas que no tienen números. Ha sido también reforzado por investigaciones con bebés y otros niños prenuméricos. Dichos resultados serán discutidos con detalles en la parte 2. Como veremos, nuestros obstáculos innatos para distinguir cantidades solo pueden ser desmontados por las herramientas numéricas.

Aunque es cierto que este asunto plantea una paradoja: si los humanos no pueden pensar exactamente en cantidades sin número, ¿cómo fueron capaces de llegar a los números al principio? Lo primero que conviene señalar es que, al menos en algún aspecto, esta aparente contradicción se aplica a cualquier invención humana. Para que se dé cualquier invención, los seres humanos deben primero reconocer un concepto que no reconocen de manera natural y típica. Las invenciones no están genéticamente programadas, pero se llega a ellas tras entender una serie de aspectos a menudo sencillos. No estamos de manera innata predispuestos a pensar cosas como los apoyos de palancas, los tornillos, las ruedas, los martillos u otras herramientas mecánicas básicas. Pero mediante la comprensión de una variedad de aspectos, se han ido desarrollando cada una de estas herramientas. Pensemos en la rueda, una herramienta sencilla y práctica. Es bastante difícil imaginar que los humanos no pudiesen inventar esta herramienta, dado nuestro conocimiento de cosas redondeadas y que ruedan en nuestro entorno natural. Pero aun así, la rueda, junto con el eje, es una innovación bastante reciente sin la que vivieron la mayoría de las culturas del pasado (incluyendo algunas grandes sociedades como los incas). Por lo que, a pesar de su simplicidad y la facilidad con la que se entiende conceptualmente, los humanos no tienen un concepto de rueda congénito. De modo similar, una herramienta verbal como la palabra «siete» parece increíblemente intuitiva una vez la representamos, aunque alguna gente no estuviera familiarizada con la cantidad exacta que denota. Al igual que no estábamos familiarizados con las ruedas pero rápidamente comprendimos su utilidad cuando se nos presentó una rueda real, entendimos el concepto de exactamente siete cosas solo cuando aprendimos la palabra que ejemplifica ese concepto. Por esa simple razón, las palabras para los números facilitan no solo las matemáticas complicadas, sino también la mera diferenciación y reconocimiento de cantidades mayores que tres (el respaldo experimental para esta conclusión se discute en la parte 2).

Pero, como puede que hayas notado, no resuelvo completamente la paradoja. Reformulándola podríamos preguntar: ¿cómo exactamente individuos sin números llegaron a apreciar que dichas palabras podían representar cantidades si los números son cruciales para el reconocimiento de cantidades precisas? Como un adelanto a una explicación más completa, dispuesta en la parte 3 de este libro, fijémonos en lo siguiente: algunos miembros de nuestra especie se dieron cuenta claramente en diferentes momentos temporales de que una palabra que ya existía podía extender su significado y representar una cantidad específica más allá de tres. Por ejemplo, percibieron que «mano» podría referirse a 5, no solo a un apéndice físico. Comprender esta sencilla cuestión se encuentra en el corazón de la invención de los números. Pero entender esto no es algo con lo que nacemos como especie, al igual que no nacemos comprendiendo que las ruedas pueden existir o que los barcos de acero pueden flotar o que los aviones de aluminio pueden volar. Pero cuando algunos de los inventores de números cayeron en la cuenta de que las palabras podían usarse para distinguir cantidades como cinco de seis, fueron capaces de establecer un nuevo modo de pensar en las cantidades, algo que otros comenzaron a adoptar. Debido a esa adopción, los números se propagaron.

Como sugiero con más detalle en el capítulo 8, el hecho de que algunos humanos hayan sido capaces de inventar los números es en gran parte el resultado de factores anatómicos. Comprender el sencillo asunto de que existen cantidades precisas grandes y que pueden etiquetarse normalmente se debe al hecho de que hay cuantías que se dan de manera regular justo delante de nuestras narices: tenemos cinco dedos en cada mano. Nuestra biología nos presenta de forma constante conjuntos emparejados de cinco elementos que no estamos cognitivamente predestinados a reconocer, al igual que otras especies tampoco lo están. Aun así los humanos han sido capaces de percibir de vez en cuando esta correspondencia. Esta resulta, en apaciencia, una cuestión directa, pero el mero reconocimiento de dicha correspondencia biológica no produce por necesidad números. Las cantidades, incluso los cinco dedos de cada mano, pueden ser reconocidas solo de manera breve. Sin embargo, cuando las palabras como «cinco» se introducen y son usadas de modo productivo para describir la cantidad de dedos en cada mano, se inventan los números. Esta ruta anatómica común hacia la invención de los números está respaldada por muchos datos lingüísticos, como el parecido frecuente entre la palabra para «cinco» y la palabra para «mano» en algunas lenguas del mundo. Este asunto se analiza en detalle en el capítulo 3.

La invención de los números, hecha en varios momentos durante el transcurso de la historia de la humanidad, no solo facilita nuestro pensamiento sobre las cantidades. Los números posibilitan la precisa y constante discriminación de cantidades mayores que tres. Esta hipótesis se desarrollará con más profundidad en el transcurso de este libro. Por ahora, espero haber transmitido un sentido más claro sobre qué quiero decir cuando afirmo que los números son herramientas conceptuales revolucionarias e inventadas. Este libro sugiere que su invención y adopción generalizada al final dio como resultado una reorientación cognitiva y conductual de la humanidad. Fueron, quizás, las herramientas más influyentes en el juego lingüístico que posibilitó la reciente transformación de nuestra especie, como he explicado en la sección previa. Además, posibilitaron, o al menos facilitaron, todo tipo de innovaciones más recientes que discutiremos más adelante. Sin estas herramientas cognitivas prácticas, es probable que no se hubiera producido la revolución agraria y es seguro que no se habría llegado a la revolución industrial.

A DÓNDE NOS LLEVARÁ ESTE LIBRO

Este libro presenta una síntesis de evidencias antropológicas, lingüísticas y psicológicas. Considera datos de poblaciones humanas así como de otros animales. Todos esas cifras llevan inexorablemente a la sencilla conclusión que ya presagiamos: los números sirvieron como andamiaje conductual y conceptual fundamental, ayudando a establecer el edificio mayor de la modernidad.

En lo que resta de la parte 1, examinaremos cómo de ubicuos son los números en la experiencia humana, poniendo el foco en representaciones simbólicas para cantidades en los registros arqueológicos escritos (capítulo 2), así como en el habla. Evaluaremos las palabras numéricas (capítulo 3) y otras referencias lingüísticas para cantidades (capítulo 4) en lenguas alrededor del mundo. Los datos presentados en estos capítulos sugieren que los números sirvieron de componente clave en casi todas las lenguas del mundo así como en antiguos sistemas simbólicos no verbales. Además, los hallazgos evaluados enfatizan la importancia de la anatomía humana y la neurobiología en la creación y uso de los números.

En la parte 2, echaremos un vistazo al papel que los números han tenido en la humanidad, detallando hallazgos relevantes recogidos con adultos que no están familiarizados con los números (capítulo 5). También examinaremos el conocimiento numérico de niños prelingüísticos (capítulo 6) y las capacidades numéricas de otras especies, muchas muy relacionadas con la nuestra (capítulo 7). Este examen se centrará en estudios recientes dirigidos por antropólogos y lingüistas a menudo en escenarios remotos, junto con estudios de investigadores de laboratorio en otras ramas de las ciencias cognitivas.

En la parte 3 del libro, consideraremos cómo los números han dado forma a la mayoría de las culturas contemporáneas. Echaremos un vistazo a cómo es probable que se inventasen los números y la aritmética básica (capítulo 8). También sugiero que el lenguaje numérico ayudó a transformar los patrones humanos de subsistencia (capítulo 9). Veremos cómo los números posibilitaron un florecimiento de otras tecnologías materiales y de conducta, tecnologías que llevaron a hitos clave de la historia reciente de la humanidad. Como apartado final, el libro concluye con una consideración de algunos aspectos cruciales en los cuales los números han cambiado, al menos de forma indirecta, las culturas humanas tanto social como espiritualmente (capítulo 10).

2

Los grabados numéricos en nuestro pasado

Encaramado en lo alto de la selva del corazón del Amazonas brasileño, cerca del pintoresco municipio de Monte Alegre, hay una variedad de pinturas en una cueva de la ladera y afloramientos rocosos. Las pinturas creadas por artistas indígenas hace más de 10.000 años, documentadas de manera meticulosa por la arqueóloga Anna Roosevelt, han ayudado a alterar nuestra comprensión de la historia precolonial de América. En una de las escenas se observa un grupo de marcas con forma de *x* en una disposición como de cuadrícula. Las funciones de esta pintura en particular —más un gráfico que arte— no se conocen con seguridad, pero parece que las marcas hacen referencia a cantidades de días, lunas llenas o algún otro ciclo de valor perdido en el tiempo. La pintura es un indicativo de una tendencia mayor. A lo largo de las últimas décadas, los arqueólogos han descubierto numerosas piezas que evidencian que en la Antigüedad la gente prestaba atención a las cantidades y que las representaban en dos dimensiones: no con escritura completamente desarrollada, sino con marcas de pintura en las paredes de las cuevas, así como otras grabadas en madera y huesos. Dichas marcas de conteo son simbólicas en el sentido de que remiten a algo más. Pero no representan cantidades de una manera totalmente simbólica y abstracta como los verdaderos numerales, por ejemplo, del mismo modo que el numeral 7 se refiere a un conjunto de siete elementos más allá del tipo de elemento en cuestión. Dichos conteos primitivos podrían calificarse como numerales prehistóricos, precursores casi simbólicos de los numerales modernos escritos. Fijémonos en que el numeral romano para 3 es III, bastante parecido a los tres elementos que se representarían si uno estuviese simplemente haciendo un conteo. Incluso nuestros propios numerales de origen indio tienen claros vestigios de un sistema para contar. Después de todo, el numeral 1 se representa como una línea, al igual que una única marca de conteo.[1]

Aproximadamente a 5.000 kilómetros de distancia de Monte Alegre, en Little Salt Spring, en Florida, los estudiantes de arqueología de la Universidad de Miami descubrieron recientemente una porción notable de asta de reno datada en una antigüedad de diez milenios. Una fotografía reciente de esta pieza se reproduce en la figura 2.1. Como se ve claramente en la fotografía, hay una serie de líneas grabadas en su lateral. Estas son muy regulares y tienen alrededor de cinco milímetros de largo. Además, el espaciado entre cada línea es bastante consistente, sugiriendo que las marcas fueron hechas deliberada y sistemáticamente. Al lado de estas rayas hay marquitas más pequeñas, enfrentadas una a una con las incisiones más grandes. Estas muescas secundarias minúsculas (en la figura 2.1 se observan ligeramente a la izquierda de las líneas principales en el asta) sugieren que el hueso fue usado para hacer un seguimiento de algo y que las cantidades se iban marcando a medida que se progresaba. El significado del segmento del asta ha pasado bastante desapercibido, ya que solo recientemente se describe en una revista nicho de antropología, sin referencia a sus implicaciones mayores. Aunque a diferencia del caso de la pintura de Monte Alegre, uno puede avanzar una hipótesis muy plausible para la función de las marcas del asta. De hecho, las muescas sugieren que esta pieza es el artefacto más antiguo conocido del Nuevo Mundo usado con propósitos relacionados con el calendario. Varias evidencias respaldan esta conclusión.[2]

El agua en Little Salt Spring es anóxica (carece de oxígeno disuelto) a profundidades mayores de 5 metros bajo la superficie. La pieza en cuestión, un segmento de un asta limpiamente cortado de más o menos 8 centímetros de largo y que pesa unos 50 gramos, se encontró a una profundidad de 8 metros. Ha estado rodeada de agua anóxica desde que fue cortada hace alrededor de 10.000 años. Los artefactos no se deterioran en este tipo de líquido como lo hacen en agua normal, así que el asta se ha conservado en buenas condiciones. Por lo tanto, podemos estar seguros de que el número de marcas en el lateral coincide exactamente con las grabadas por algún artesano hace todos esos años. Además, el asta se encontró incrustada en el fondo, al lado de la pared de un acantilado subacuático. Este no se sumergió durante el período glacial en el cual se hizo el artefacto, cuando los niveles de agua alrededor de Florida eran mucho más bajos que los actuales. Su inclinada cima sirvió como lugar de caza en ese período. Numerosos restos de fauna y armas han sido descubiertos ahí por los arqueólogos marinos de la Universidad de Miami, John Gifford y Steve Koski, y sus estudiantes. Este equipo de investigación los ha datado y descrito cuidadosamente y ha encontrado que pertenecen a la misma era que el asta con las muescas. Dado que el cuerno de reno en cuestión fue descubierto en este sitio, es razonable asumir que el hueso fue usado para algún propósito asociado con la caza. La última conclusión está apoyada por otra evidencia crucial: se grabaron veintinueve incisiones en el asta. Hay un trozo perdido donde había una de esas incisiones, como evidencia una muestra más pequeña al lado del trozo eliminado. Una de las muescas del medio es menos regular, por lo que es posible que solo veintiocho de las incisiones se hiciesen intencionadamente. Sin embargo, la última posibilidad parece incierta dado el espaciado regular entre las marcas, como se puede apreciar en la imagen.

Fig. 2.1. El asta de reno de Little Salt Spring (Florida) con la mano de un colega como escala. Fotografía del autor.

Little Salt Spring se usó claramente como un lugar de caza en el Paleolítico, por lo que resulta probable que las marcas del asta representen días o noches. Las fases de la Luna tienen un impacto en las cacerías, debido a factores como el comportamiento cambiante de algunos animales durante el plenilunio y la influencia de la luz del satélite en la agudeza visual de los cazadores. Luego el conjunto de veintinueve incisiones del asta podría representar el número de días en un mes lunar. Un mes sinódico dura, de media, 29,5 días. Esta interpretación del calendario está también respaldada por una evidencia más sutil en el asta: no hay una muesca más pequeña al lado de la última línea de marcas de conteo (la línea de la parte de abajo en la imagen 2.1). Esto sugiere que una muesca más pequeña no era necesaria en el último caso de lo que quiera que marcasen las líneas adyacentes más grandes. En otras palabras, aparentemente hacer la última hendidura era redundante. Este sería el caso de un cazador que estuviese haciendo un seguimiento del ciclo lunar, ya que el que se diese la luna llena o nueva no necesitaría marcarse en la noche en cuestión. El cazador ya percibiría que esta ha llegado. Dados dichos factores, junto con la localización asociada a la caza en la cual se encontró este artefacto, la implicación, probable y digna de ser tenida en cuenta, del asta es que los cazadores la usaban como una herramienta para contar y recontar los días o noches del mes. En otras palabras, hace más de 10.000 años y no lejos del actual Miami, la gente estaba usando marcas lineales para hacer un seguimiento de cantidades. Estos numerales prehistóricos eran marcas de conteo en una porción de asta de reno que fue cortada a un tamaño conveniente, que se llevaba de manera cómoda en la palma de la mano. En esencia, este era un calendario de bolsillo paleolítico, preservado por accidente en aguas anóxicas. Presumiblemente como muchos otros que no se han conservado.

El «calendario» de asta de Little Salt Spring podría representar uno de los casos más claros de una herramienta paleolítica usada para hacer un seguimiento del ciclo lunar, pero es probable que sus dueños no fueran los únicos humanos del Paleolítico que utilizaban marcas de conteo en huesos para tener un registro de cantidades. En la cueva de Thaïs, en el sur de Francia, por ejemplo, se descubrió una pequeña placa de hueso grabada que también data del Paleolítico. La superficie de este hueso de costilla tiene cientos de líneas grabadas en ella, y algunos análisis han sugerido que las marcas tenían la función de calendario. Otro artefacto de la Antigüedad descubierto en Francia es la placa de Abri Blanchard, un hueso de 28.000 años con grabados circulares y ovalados que probablemente representa las fases y el movimiento de la Luna. Además, la gente de la época final de la Edad de Piedra en Europa aparentemente utilizaban sistemas de conteo menos complejos para representar cantidades, al igual que las personas del Paleolítico superior que vivieron en lo que es hoy Florida. Esta conclusión está respaldada por un ejemplar de un sistema de conteo sencillo también descubierto en Francia que tiene una edad similar al artefacto de Blanchard: el hueso de ave de Abri Cellier. Contiene marcas lineales que están espaciadas de manera bastante regular, no muy diferente del asta de Little Salt Spring. Las rayas no tienen muescas adyacentes más pequeñas, como las que se ven en la pieza estadounidense, y no representan 29 o alguna otra cantidad con motivaciones descifrables para el conteo, aunque análisis recientes sugieren que, como los artefactos de Blanchard y de la gruta de Thaïs, este hueso ofrece evidencias de que su creador (o creadores) estaban representando deliberadamente conceptos numéricos de modo material.[3]

Parece que los humanos en Europa, América del Sur y América del Norte han estado representando cantidades en dos dimensiones durante muchos miles de años. No sabemos seguro si estos numerales prehistóricos se usaban a la vez que palabras numéricas. Pero dado el papel que estas últimas juegan en facilitar el pensamiento matemático y en el reconocimiento de cantidades recurrentes (véase el capítulo 5), estos artefactos dan pistas del uso del lenguaje numérico por parte de sus creadores. No está claro durante cuánto tiempo los humanos han estado usando dichos numerales prehistóricos que pintaban y grababan, pero es probable que muchas docenas de milenios. En este capítulo y en los capítulos 3 y 4, resaltaré un hallazgo sencillo evidente en los datos arqueológicos y lingüísticos globales: los humanos se han ocupado desde hace mucho tiempo de representar cantidades. Los términos para las cantidades juegan un papel penetrante y casi universal en las lenguas humanas contemporáneas, sugiriendo su papel destacado en la historia del mundo hablado. De manera similar, el foco numérico de los seres humanos es notorio en los registros arqueológicos y en la historia de los sistemas de escritura. Los números están literalmente grabados en nuestro registro histórico.

Como en toda discusión de la evolución de los sistemas simbólicos humanos, nuestro foco se vuelve hacia África de manera inevitable. Más concretamente, nuestra atención se dirige a una pequeña región congoleña donde, en 1960, el geólogo belga Jean de Heinzelin descubrió un peroné de babuino de 15 centímetros de longitud grabado. La datación posterior demostró que este hueso, llamado el hueso de Ishango por el lugar epónimo en el lago Eduardo donde se encontró, tenía al menos una antigüedad de veinte mil años. A lo largo de los laterales de esta pieza, más o menos cilíndrica, hay tres columnas de grabados con marcas claramente agrupadas en conjuntos. Desde el descubrimiento del hueso, ha habido un intenso debate respecto al significado de estos. Algunos han sugerido que las agrupaciones indican el uso de un sistema numérico duodecimal (de base 12) o el conocimiento de los números primos o de un sistema decimal. Las hipótesis son abundantes porque, la verdad, no sabemos con exactitud qué propósito específico tenía el hueso. Esto es lo que conocemos: las muescas a lo largo de los lados del hueso son aproximadamente paralelas a las otras en sus columnas respectivas (aunque sí que varía ligeramente su orientación y también un poco su longitud). De manera más significativa, las cantidades observables en los grupos de marcas no son aleatorias. La primera columna contiene el siguiente número de muescas, en orden de arriba abajo: 3, 6, 4, 8, 10, 5, 5, 7 (total: 48). La segunda contiene conjuntos de 11, 21, 19 y 9 (total: 60). Como la segunda, la tercera fila también contiene 60 muescas, pero en conjuntos de 11, 13, 17 y 19. Esta última columna contiene solo números primos, lo más probable es que sea una coincidencia. Sin embargo, lo que no parece ser casual es que las dos últimas columnas contengan el mismo número total de marcas: sesenta. También hay una posibilidad diferente y es que la primera columna refleje algún tipo de patrón doble, dada la presencia de grupos adyacentes de 3/6, 4/8 y 5/10, respectivamente.[4]

Quizás debido a las variadas y seductoras hipótesis en lo que respecta a las marcas a lo largo de sus laterales, se suele ignorar un hecho simple pero crucial sobre el hueso de Ishango: uno de sus extremos posee una pieza afilada de cuarzo que sobresale de él, un afijo que en apariencia se usaba para los grabados. Parece que el hueso de Ishango era algo así como un lápiz de la Edad de Piedra. Alguien alguna vez lo sujetó entre sus dedos para hacer marcas en otros objetos, probablemente en otros huesos. La implicación importante aquí es que los laterales del hueso quizás sirviesen como algún tipo de tabla de referencia numérica para la persona que lo usaba y que detallen la cantidad de elementos o eventos en el lado de algún otro hueso o quizás una pieza de madera. En otras palabras, el hueso tenía un propósito real a la vez que abstracto. Como una regla de cálculo paleolítica, tiene cantidades representadas en sus lados, o quizás para facilitar la reproducción precisa de esas y otras cantidades. El hueso sugiere que algunas poblaciones africanas estaban produciendo y reproduciendo numerales prehistóricos al menos hace 20.000 años.

Otros huesos africanos con grabados en sus laterales se remontan incluso más atrás en el tiempo. Lo mismo podría decirse para algunos huesos de Europa, como uno de lobo de 33.000 años, con cincuenta y cinco marcas en su lateral, encontrado en el este de la República Checa, aunque la función de la mayoría de los grabados antiguos está perdida para siempre. Sin embargo, un hueso africano mucho más antiguo que el de Ishango, datado mediante métodos de radiocarbono con una edad de 44.000-43.000 años, sí que aparentemente servía para una función matemática. Encontrado en la cordillera Lebombo, que se extiende por la frontera entre Sudáfrica y Suazilandia, esta pieza tiene también líneas grabadas en sus laterales. El hueso de Lebombo es un peroné de babuino, de tamaño similar al de Ishango pero aparentemente usado para un propósito menos sofisticado o, al menos, más transparente. Esta fíbula tiene veintinueve líneas grabadas en su lateral, de modo que, como el asta de reno de Little Salt Spring, es bastante posible que sirviese para hacer un seguimiento del ciclo lunar. Aunque dicha interpretación no resulta concluyente, sobre todo dado que el hueso está roto por ambos lados y no cortado y marcado tan limpiamente como el asta de Little Salt Spring, sin embargo sí es plausible a la luz de lo ya mencionado sobre la importancia del ciclo lunar para las poblaciones humanas y si se tiene en cuenta el hecho de que algunas culturas africanas contemporáneas utilizan calendarios de marcas similares.[5]

Lo que está claro en todos estos huesos incluidos en el catálogo arqueológico es que los humanos han estado registrando cantidades materialmente, usando numerales prehistóricos, durante decenas de miles de años. Hemos estado mucho tiempo preocupados con almacenar y rastrear cantidades, ya sean los 29 días del ciclo lunar u otros conjuntos que se dan de manera natural. Esta fijación que tenemos desde hace tiempo tiene evidencias a nivel mundial, habiendo surgido en poblaciones que residían en Florida, el Amazonas, el sur de Francia, África central y del sur, y sin duda la tendrá en muchas otras localizaciones con artefactos todavía enterrados.

Pocas tecnologías humanas han gozado de la posición influyente que han tenido los sistemas de conteo. Durante el pasado milenio, sistemas de marcas de conteo más complejos jugaron un papel destacado en Europa así como en otros lugares, e incluso algunos tipos sencillos todavía se usan en la actualidad. Como uno de los muchos ejemplos potenciales de dichas prácticas contemporáneas, echemos un vistazo al sistema de conteo jarawara. Los jarawara son un grupo de alrededor de un centenar de indígenas que viven entre el denso follaje del suroeste del Amazonas, donde subsisten principalmente gracias a la caza y la recolección. La gente está todavía versada en sus métodos de supervivencia tradicionales y muchos están también de algún modo familiarizados con la vida urbana brasileña. Hasta hace tan poco como 5 años, se pensaba que esta gente carecía de números nativos de algún tipo, aunque como veremos en el capítulo 3, resulta que los jarawara han estado utilizando durante siglos un sistema numérico verbal. Además también han desarrollado un sistema de conteo material, en este caso no grabado en huesos sino en madera. Un ejemplo de este método de conteo se muestra en la figura 2.2, una fotografía de una pequeña rama de árbol sin corteza en la cual un hombre jarawara hábilmente ha grabado una serie de muescas. Las marcas triangulares en la rama están agrupadas de modo regular. Aparecen en grupos de 1, 2, 3, 4, 5 y 10 grabados separados. El artesano que realizó esta pieza me describió su uso tradicional: cuando se refieren a cantidades —por ejemplo, el número de días que un jarawara espera estar fuera—, el hombre señalará el número apropiado de series de muescas. Por ejemplo, si piensa estar viajando una semana, podría señalar un grupo de cinco y un grupo de dos. Dicha representación de cantidades es increíblemente útil, aunque como veremos en el capítulo 5, algunas culturas amazónicas no tienen representaciones análogas —táctiles, verbales o visuales— para cantidades, carecen de números. Por el contrario, los jarawara tradicionalmente gozan de un sistema de conteo portátil no demasiado diferente del que usaban los cazadores de Florida en Little Salt Spring hace 10.000 años. Como su método se usa en madera y no huesos, y teniendo en cuenta el desgaste natural de la mayoría de los artefactos humanos de la selva amazónica, el sistema de conteo de los jarawara no habría sobrevivido de manera natural en el registro arqueológico durante mucho tiempo. Pero, dada la presencia de pinturas de conteo antiguas en Monte Alegre, la gente probablemente ha hecho seguimiento de cantidades durante miles de años en el Amazonas. Sin duda, debido al deterioro material, se han perdido en el tiempo muchas técnicas fascinantes como las de los jarawara, destinadas a representar de forma visual las cantidades, y no solo en el Amazonas, sino en todo el mundo.[6]

Cientos de kilómetros al suroeste de las pocas pequeñas aldeas jarawaras, en el límite del Amazonas, se ha descubierto hace poco un tipo de grabados muy distinto, pero coherente con el uso antiguo de los números por un grupo desconocido de gente. Estos grabados no fueron encontrados ni en madera ni en hueso, sino en el suelo. Son una serie de enormes geoglifos, grandes zanjas de 2 o 3 metros de profundidad. Vistas desde arriba, estas hendiduras representan formas geométricas regulares, como círculos, cuadriláteros y, en algunos casos, cuadrados con lados perfectamente regulares de 250 metros. Resulta un misterio, pero algunos de estos glifos se remontan a 2.000 años. Estuvieron cubiertos por una selva densa durante siglos hasta que la deforestación permitió de manera accidental su descubrimiento desde un pequeño aeroplano. Mientras que la historia de los arquitectos que hicieron dichos glifos permanece oculta debido a su antigüedad, resulta evidente que esa gente se basó en correspondencias matemáticas regulares para crearlos.[7]

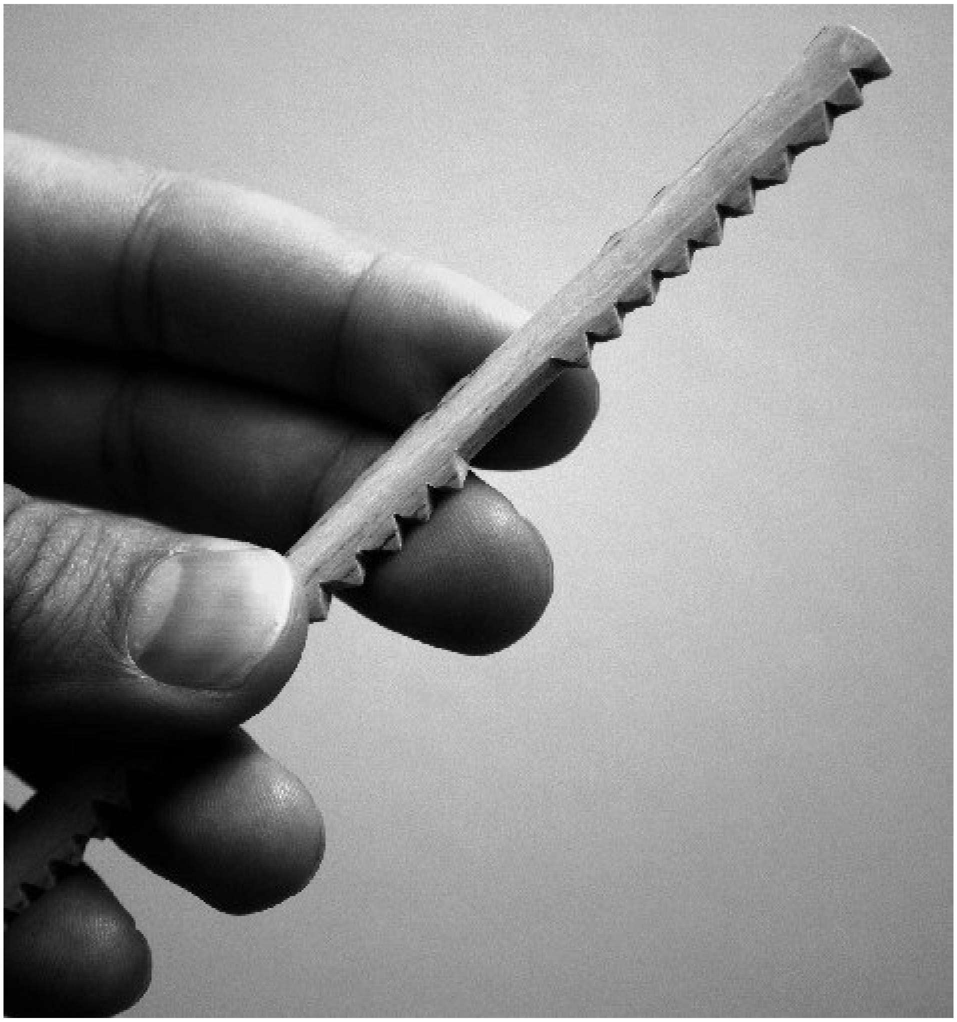

Fig. 2.2. El sistema de conteo tradicional de los jarawara. Fotografía del autor.

Dichos geoglifos fueron producidos hace poco, al menos desde un punto de vista relativo si los contrastamos con algunos de los numerales prehistóricos más explícitamente matemáticos que hemos mencionado. Pero los glifos sirven como una ilustración vívida de un tema generalizado en arqueología: los rastros de fijaciones numéricas humanas a menudo resultan obvios en los registros materiales. Esto es cierto en el caso del tipo más famoso de restos paleolíticos, las pinturas rupestres, como evidencia el sitio cerca de Monte Alegre. Las funciones de este elaborado arte paleolítico son difíciles de descifrar, pero aun así se observan ciertas tendencias en las paredes interiores de algunas cuevas de diversas partes del mundo. Resulta imposible saber a ciencia cierta el significado que pretendían tener estas pinturas, pero su antigüedad se ha podido establecer con seguridad en la mayoría de los casos. Donde los artistas originales usaron pinturas minerales como el ocre para crear sus trabajos, los frescos se datan de manera indirecta a través de los utensilios encontrados cerca de la obra de arte. Por el contrario, las realizadas con carbón permiten la datación directa por radiocarbono de los pigmentos utilizados.

La combinación de la datación y la interpretación revela algunos motivos muy antiguos en las pinturas rupestres europeas. A menudo hay una temática animal en el arte. Los uros y otros bovinos juegan un papel importante, como lo hacen el bisonte, los caballos y otros grandes mamíferos, aunque hay otros motivos que se repiten en las pinturas rupestres, como las manos humanas. En la mayoría de las pinturas europeas más antiguas, como las de la cueva de El Castillo en España (de alrededor de 40.000 años) y en Chauvet (sobre 32.000 años) y Lascaux (aproximadamente de 17.000 años) en el sur de Francia, se observan calcos de palmas humanas. Las formas de manos en las cuevas podrían haber tenido la función de enumerar. Aunque este apunte resulta especulativo, algunas como las halladas en las grutas de Cosquer y Gargas en Francia, que datan de hace 27.000 años, es probable que sirvieran para este uso numérico. Las pinturas en estas cuevas representan manos izquierdas con 1-5 dedos extendidos. En todas las configuraciones de palmas representadas, el pulgar se levanta como si representase el primer número en una secuencia de conteo. La arqueóloga Karenleigh Overmann, quien ha dirigido investigaciones fascinantes de representaciones numéricas en el registro material humano, ha afirmado que las formas de manos importantes en estas grutas indican una técnica de conteo desde el pulgar (1) al meñique (5). Es decir, un pulgar solo representa 1 y, cuando todos los dedos incluido el meñique están levantados, la cantidad representada es 5. Si se acepta dicha afirmación, podríamos estar sobre la pista de que otras representaciones paleolíticas de la mano humana también podrían haber sido usadas para representar cantidades.[8]

Lo que resulta especialmente notable en el contexto de la discusión actual es que la mano humana y sus dedos son un motivo global en todas las pinturas rupestres, no solo en las europeas. De hecho, algunas de las pinturas más antiguas del mundo, como las de la cueva de Célebes (o Sulawesi, en

Indonesia), están adornadas con calcos de manos coloridas en las cuales cada dedo es claramente visible. Estas pinturas tienen alrededor de 40.000 años. Las pinturas de Célebes, como las de otras muchas cuevas, fueron hechas cuando los artistas espolvorearon algo de tinte sobre una mano colocada sobre una pared. En relación con lo anterior, algunas de las plantillas en la cueva de Fern, en Australia, se remontan a 12.000 años atrás. Incluso en América del Sur este motivo de la mano aparece de manera notable en el arte de hace casi 10.000 años que se encuentra en una gruta de nombre apropiado, la cueva de las Manos, en la Patagonia argentina. Sus paredes contienen una representación multicolor transfija de docenas de manos, representada en la figura 2.3.[9]

La representación de manos y dedos juega un papel importante en la evolución de los símbolos bidimensionales y el arte, y constituye un hecho observable en todos los continentes. A juzgar por esta distribución global, es posible que los humanos practicasen la pintura con las manos antes de dejar África. La interpretación de dichas representaciones manuales es en cierto modo especulativa, y en algunos casos las manos podrían haber sido pintadas solo por conveniencia, aunque, al menos en algunos ejemplos, un análisis detallado sugiere una función numérica. Dado el protagonismo de las manos en la representación lingüística de los números (algo que será discutido ampliamente en el capítulo 3) y dada la clara función numérica de otros artefactos antiguos, como el hueso de Ishango, no es improbable que algunas de estas representaciones artísticas también tuviesen funciones cuantitativas básicas. Los calcos de manos en las grutas de Cosquer y Gargas sugieren en concreto el conteo.

Dejando a un lado estas especulaciones razonables, debemos al menos reconocer que las pinturas rupestres evidencian que los humanos desde hace mucho tiempo hemos estado obsesionados con nuestras manos. Como veremos al tratar el tema del conocimiento infantil (capítulo 6), el desarrollo del pensamiento numérico en los niños está inextricablemente vinculado con su fijación manual. Incluso en el útero empezamos a prestar atención a nuestras manos. En nuestros primeros intentos de representar cantidades normalmente se ve involucrado el uso de los dedos. Además, contar con los dedos es una práctica extendida en muchas culturas alrededor del mundo.

Fig. 2.3. Calcos de palmas en la cueva de las Manos, Argentina. Wikimedia Commons (CC BY-SA 3.0).

Sea cual sea el significado de la preponderancia de manos en las pinturas rupestres en la historia de los números, resulta evidente que muchas creaciones de varios artesanos del Paleolítico, hechas a lo largo y ancho de la geografía y durante decenas de milenios, representan cantidades. Grabados y pinturas antiguas tienen una interpretación numérica en muchos casos, y contar cantidades jugó un papel recurrente en la proyección de pensamientos humanos sobre huesos animales, sobre madera, en el suelo y en las paredes de las cuevas.

¿Por qué la representación de cantidades juega ese papel tan importante en las creaciones antiguas? La respuesta a esta pregunta creo que, como mínimo, es doble: primero, las cantidades son fáciles de representar en dos dimensiones, comparadas con otros aspectos básicos de la experiencia humana, como el tiempo (el cual aparentemente está representado de forma indirecta a través de palitos de conteo de los ciclos celestes en los objetos del Paleolítico), las emociones o las localizaciones físicas concretas, las cuales requieren mucha más sofisticación artística para expresarse mediante dibujos. Por el contrario, las líneas sencillas y otras marcas pueden representar unidades o cantidades de manera fácil y directa. Pero esto solo evoca la pregunta de por qué estos palitos de conteo tan fácilmente se relacionan de manera abstracta con otras cosas, sin tener que representarlas literalmente. La respuesta aquí podría recaer, al menos en parte, sobre nuestras manos, en el parecido que tienen las marcas lineales con nuestros dedos. En cierto modo, podríamos decir que los dedos son líneas tridimensionales anatómicas. No es una sorpresa, entonces, que los miembros de muchas culturas alrededor del mundo, aunque con seguridad no miembros de todas las culturas, hayan llegado a usar líneas para representar cantidades del mismo modo que las representan los dedos. En otras palabras, la transferencia de los sistemas de conteo con dedos a los sistemas de conteo con palitos requiere un salto cognitivo menos abrupto que la innovación de otros tipos potenciales de representaciones visuales de conceptos. Los sistemas de conteo con palitos dependen de una proyección más directa de conceptos en un espacio bidimensional, propiamente dicho, si se se comparan con entidades e ideas que son más complicadas de plasmar en el arte y que no tienen una fórmula anatómica que permita su representación de manera más sencilla.

Segundo, y quizás más crucial, los palitos numéricos grabados —y, más hipotéticamente, los dedos pintados para prácticas de conteo— se volvieron ubicuos en el registro arqueológico, debido a que resultaban de gran utilidad para sus creadores. Los medios figurativos de codificación de cantidades son claramente funcionales, y resulta fácil ver algunas de sus ventajas potenciales: por ejemplo, permitían hacer una tabla con el número preciso de hombres en la tribu que se pretendía asaltar, realizar un seguimiento del número preciso de depredadores en los alrededores o conocer los ciclos lunares. Aunque resulta obvio que se puede vivir y tener éxito sin hacer un seguimiento de dichas cantidades, las ventajas de hacerlo ayudan a explicar por qué casi todas las culturas del mundo utilizan números. Dichas ventajas pueden mejorar las ratios de supervivencia, ya sea en la guerra o cazando. La función de los numerales prehistóricos fue más allá de lo espiritual, social o retórico: podrían resultar un hecho clave, al menos en algunos ejemplos, para la mera supervivencia.

No es extraño, entonces, que los numerales prehistóricos jugasen un papel tan importante en las representaciones abstractas hechas por los humanos durante el Paleolítico. Y su papel protagonista en dichas representaciones bidimensionales de las ideas no estaba restringido a la Edad de Piedra. También fue evidente milenios más tarde, a medida que los humanos hacían una transición a representaciones de pensamientos simbólicas más elaboradas. Durante el despertar de la escritura, el papel protagonista de los números de nuevo se situó en el centro del escenario.

LOS NÚMEROS EN LA GÉNESIS DE LA ESCRITURA

El gran patio del Museo Británico, en el centro de Londres, se encuentra protegido por una cúpula de acero y vidrio. Esta media esfera traslúcida funciona como un tamiz de la luz, filtrando de algún modo los cielos grises de Londres y dando un resplandor blanco etéreo sobre la impresionante colección de piezas guardadas bajo su techo. El fondo del museo no tiene igual en muchos aspectos, debido a la manera en que el imperio británico recogió (o, más acertadamente en algunos casos, saqueó) estos hallazgos alrededor del mundo. Entre sus piezas se incluye la famosa piedra de Rosetta, constantemente rodeada por una nube de turistas *paparazzi* cuando uno gira a la izquierda en el vestíbulo adyacente situado al suroeste del gran patio. Pero en la planta superior y se podría decir que ignorado, por comparación, se encuentra un objeto más plano y más pequeño que podría proporcionar una mayor comprensión del desarrollo de la escritura humana. Sujeta en una pared sin adornos, en una exposición sencilla sobre la historia de la escritura humana, se encuentra una tabla de yeso que tiene unos 5.300 años (unos 3.000 años más antigua que la piedra de Rosetta). Esta pieza tiene solo unos pocos centímetros de largo de cada lado y contiene líneas y puntos hechos en el yeso hace todos esos años. Ahora sabemos que estas líneas y puntos representan cantidades, probablemente de grano o algún otro elemento que se utilizase en una transacción económica. Son más sistemáticas que las marcas evidentes en el registro Paleolítico, ya que no son solo palitos de cómputo. En su lugar representan una forma estándar de comunicación en dos dimensiones. Son los primeros símbolos escritos verdaderos que conocemos: cada línea y punto representan una cantidad abstracta específica. En otras palabras, las marcas en el yeso son numerales de verdad.

Dejando a un lado la confusión de las prácticas simbólicas dispersas por todo el mundo, la verdadera escritura surgió en Mesopotamia en torno a la época en que se creó esta tabla de yeso. La pieza que ahora se muestra en Londres es un ejemplo de la transición que los escribas iniciaron en Mesopotamia, un cambio que los condujo de representar cantidades de maneras sencillas a una escritura completamente desarrollada. Estudiosos de la epigrafía, entre otros, suelen distinguir la escritura, la cual codifica por completo una lengua concreta, de la protoescritura, una forma más antigua de práctica simbólica (aunque menos antigua que los numerales prehistóricos usados en contextos paleolíticos) que solo representa un conjunto limitado de posibles significados. Determinar si un escrito antiguo debería considerarse protoescritura o escritura real no es algo fácil de concluir y, en realidad, dichos términos oscurecen el proceso gradual a través del cual se desarrolló la escritura.

Elecciones terminológicas aparte, se está de acuerdo de manera generalizada en que la escritura se desarrolló por primera vez de forma integral en el Creciente Fértil, más concretamente en Mesopotamia, gracias a los sumerios, aunque no es una invención exclusiva de Oriente Medio, ya que también se desarrolló de manera independiente en China y Mesoamérica. La escritura se difundió desde estas regiones y evolucionó acorde con las necesidades lingüísticas, sociales y económicas locales. En la actualidad hay docenas de sistemas de escritura, como el que estoy usando en este momento para transmitirte mis pensamientos. Se puede rastrear el origen de todos estos métodos, de manera demostrable tanto histórica como real, y siempre conducirán a una de las tres tradiciones de escritura importantes. Aquí nuestro foco estará en la génesis del más antiguo sistema de verdadera escritura que se desarrolló en Mesopotamia (en el capítulo 9 discutiremos brevemente el origen de otros sistemas de escritura). La escritura humana nació primero en esta región, y la historia de ese alumbramiento revela el papel esencial que los numerales jugaron en su comienzo.[10]

En cierto modo, no es demasiado sorprendente que haya existido durante mucho tiempo una atracción «gravitacional» hacia los símbolos numéricos, ya que la fluidez de estos juega y ha jugado un papel socioeconómico esencial en la vida de la gente. Muchos de los símbolos escritos mejor conservados para cantidades son monedas o artefactos similares a las monedas que codifican valores monetarios específicos. Dados los ritmos limitados de alfabetización durante la mayoría de la existencia de la escritura humana, las monedas y otras formas monetarias asociadas con cantidades concretas han sido durante mucho tiempo (y siguen siéndolo en algunas partes del mundo) los únicos símbolos que la gente era capaz de interpretar. Incluso después de su desarrollo independiente en Eurasia y América, en algunas sociedades, la escritura real permaneció durante milenios como una habilidad especializada, practicada y legada de un grupo selecto de practicantes: los escribas constituyeron un lujo económico que fue resultado indirecto de la agricultura, que hizo posible esta vocación especializada. Y la función económica de los números jugó un papel marcado en el desarrollo de la escritura de los escribas en una Mesopotamia agrícola, un papel que finalmente llevó a formas como la tabla de yeso que hay en la planta de arriba del gran patio. Veamos brevemente una teoría de cómo sucedió esto.

Remontándonos unos 8.000 años, las personas en Mesopotamia comerciaban entre ellas con grandes cantidades de productos agrícolas y animales. El comercio en la región se hizo más fácil cuando se dieron cuenta de que las cantidades podían representarse simbólicamente y transmitirse a largas distancias. Un método clave que se desarrolló en la región podría parecer arcaico ahora, pero seguramente fue revolucionario en su época: eran las urnas de barro cocido, que se rellenaban con fichas como si fuese un contrato. De modo que, hipotéticamente, si un terrateniente acordaba pagar a otro una cantidad fija de ovejas, este acuerdo podía codificarse mediante bolas de arcilla. Las fichas que representaban la cantidad específica de ovejas se introducían en el recipiente, que se cocía para endurecerlo. La vasija de barro servía entonces como registro, y podía transportarse y más adelante romperse para confirmar que un contrato había sido cumplido. Para facilitar este registro, el número real de fichas conservado dentro de la urna podía anotarse simbólicamente en su exterior. Con el tiempo, se crearon ciertos símbolos exteriores para representar tipos de bienes recurrentes que se veían involucrados con frecuencia en las transacciones. Estos signos podían entonces emparejarse con la cantidad específica que describía las fichas del interior. Sin duda, los sistemas de emparejamiento aceleraron el ritmo de las transacciones económicas en una época precedente a la del sistema monetario propiamente dicho.

No está claro cuánto duró en Mesopotamia este sistema tridimensional con enfoque cuantitativo para representar elementos. Llegó un punto en que los sumerios empezaron a dejar de lado las fichas interiores y el sistema evolucionó gradualmente de uno de tres dimensiones a uno de dos (aunque el sistema tridimensional podría haber sobrevivido en algunos lugares). Es decir, en vez de codificar las cantidades de los elementos con los que se comerciaba con fichas reales dentro de recipientes de barro, estas comenzaron a anotarse en pequeñas tablas de arcilla que pasaron a reemplazar las vasijas. Lo cierto es que estos contenedores y las fichas que usaban eran superfluos. Todo lo que era necesario para mantener los contratos era un medio sistemático para hacer el seguimiento de los bienes y las cantidades. Resulta bastante probable que la primera escritura de la humanidad, la cuneiforme, naciese a partir de esta materialización gradual. Con el tiempo, el uso de este sistema comercial para codificar cantidades y bienes se extendió a otros propósitos. Sucesivas generaciones de escribas desarrollaron repetidas veces nuevos símbolos para los bienes y otros conceptos: los ideogramas. Los medios de codificación de estos ideogramas en el barro se regularizaron, con mimbres y juncos usados con cuidado para inscribir símbolos de una manera fácilmente descifrable. También empezaron a transmitirse características gramaticales, de modo que finalmente se podía representar cualquier afirmación mediante la escritura. Aunque hablamos de manera adecuada de la «invención» de la escritura, esta en realidad evolucionó a lo largo de milenios; pero está claro que al comienzo de esta larga evolución las representaciones de cantidades ya existían en Mesopotamia, y de hecho fueron el núcleo de la temprana escritura.

Algo llamado el principio *pro rebus* aceleró la evolución gradual de los sistemas de escritura, llevando a la adopción más rápida de símbolos basados en sonidos a partir de los ideográficos como las primeras formas de la escritura sumeria. El principio *pro rebus* se refiere a la adopción del mismo símbolo en la representación de dos palabras homófonas o de sonidos similares. Por ejemplo, fijémonos en este ejemplo sencillo (aunque ficticio): imagina que la escritura inglesa actual fuese actualmente ideográfica, de modo que un único símbolo representase alguna idea o concepto básico en vez de un sonido. E imagina también que el concepto de *eye* (ojo, en inglés) se representase con la siguiente configuración de paréntesis con un asterisco en medio: (*). Este símbolo podría decirse que representa de una manera icónica, y de algún modo abstracta, un ojo real. Pero supongamos que no hubiese símbolo para una palabra que se pronuncia igual, el pronombre *I* (yo, en inglés), en este sistema de escritura. Uno podría imaginarse el porqué, ya que no hay modo fácil de representar físicamente dicho concepto; después de todo, quién es *I* (yo) varía dependiendo de quién hable. Si pensases como muchos escribas a lo largo de la historia, te darías cuenta de que podrías usar (*) para referirte tanto a *eye* como *I* (a «ojo» y a «yo»), ya que suenan igual. Darse cuenta de esto, a lo que nos referimos al hablar del principio *pro rebus*, representa un paso importante hacia un sistema de escritura abstracto basado en sonidos con menos símbolos. Dado su estatus antiquísimo en los sistemas de escritura, probablemente los propios numerales se viesen afectados por este principio, sirviendo como símbolos para palabras homófonas. Esta posibilidad está respaldada por formas de escritura modernas y en inglés encontramos algunos de estos usos con numerales cuando se envían mensajes de texto. Por ejemplo, alguien podría enviar un mensaje que dijese *2 good 4 you* («Demasiado bueno para ti»), pues en inglés 2 suena como *too* (que significa «demasiado») y 4 suena como *for* («para»). En este caso, el 2 y el 4 se usan por comodidad, para representar más fácil y rápidamente la frase que se está comunicando. Uno se puede imaginar un escenario en el cual nociones abstractas como *too* (demasiado) y *for* (para) se representasen con numerales no porque fuese más cómodo enviar un mensaje, sino porque las formas escritas para estas nociones intangibles no existían todavía.[11]

El principio *pro rebus* realmente actuó como un acelerador en el desarrollo de sistemas de escritura basados en sílabas y en letras. Pero este depende de la existencia previa de símbolos para cosas menos abstractas, como bienes y cantidades. Lo que es más notable para nuestra argumentación es que la tendencia humana a codificar simbólicamente cantidades resulta más antigua, se encuentra en el origen y puso los cimientos para el desarrollo posterior del principio *pro rebus*, el cual a su vez condujo a sistemas de escritura como nuestro propio alfabeto.

Una de las formas de escritura que finalmente se desarrolló en Mesopotamia fueron las matemáticas escritas. Los sumerios y los últimos residentes de Mesopotamia, los babilonios, desarrollaron símbolos matemáticos escritos complejos. Hace alrededor de 3.600 años, los babilonios estaban ya utilizando álgebra y geometría, resolviendo ecuaciones cuadráticas y ya habían descubierto π (al menos de manera aproximada). De modo que la representación de cantidades parece haber prendido el desarrollo de la escritura sumeria, la cual, a su vez, dio paso a la capacidad para representar cantidades de manera más elaborada.[12]

En resumen, el sistema de escritura más antiguo surge, al menos en parte, de la utilidad inherente de representar cantidades, y de la facilidad relativa con la cual conceptos numéricos pueden representarse de manera abstracta. Como vimos anteriormente, esta facilidad se refleja también en prácticas de representación del Paleolítico, más antiguas y menos regulares. Entonces, desde la Edad de Piedra a la revolución agraria, un hilo lustroso de números serpentea a través del registro de símbolos humano.

LOS PATRONES EN NUMERALES ANTIGUOS

Mientras los sumerios parece ser que se convertían en los primeros en emplear numerales completamente desarrollados, los números escritos también evolucionaron en otros lugares. De hecho, los numerales han surgido en varios momentos de la historia del mundo. Se han documentado al menos un centenar de sistemas escritos para números, aunque la gran mayoría de estos se derivan de otros o al menos fueron desarrollados con el conocimiento de que otra gente ya había escrito números. Muchos de los sistemas numerales en cuestión están actualmente extintos, aunque los ejemplos que quedan nos permiten comprender cómo funcionaban.

Cuando examinamos sistemas numerales extintos y existentes, vemos con claridad que hay patrones comunes de cómo los humanos escriben los números. Examinemos algunos sistemas numerales que han jugado un papel importante en las civilizaciones humanas. La mejor forma de empezar es fijándonos en nuestros numerales escritos, habitualmente conocidos como el sistema numeral occidental. Este es una forma modificada del sistema de notación árabe, que a su vez es una forma modificada de otro desarrollado en la India.[13]

¿Cómo funciona nuestro sistema? Hay solo diez símbolos en nuestra notación: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9. Esta observación podría parecer muy obvia: ¡por supuesto que solo hay diez símbolos! Podría resultar difícil concebir algún tipo con más o con menos de diez símbolos, dada la naturaleza decimal de nuestros propios numerales. Pero los sistemas de notación no necesariamente son decimales y podrían tener cualquier número de símbolos. Uno de los usados por los antiguos griegos, el sistema numeral alfabético, tenía alrededor de dos docenas de caracteres que representaban diferentes valores. Fíjate también en cómo combinamos nuestros diez símbolos numéricos para formar numerales más grandes, por ejemplo, doscientos veintidós: 222. Piensa en las convenciones que se requieren para que seas capaz de dar sentido a esa cifra. Sabes que esta secuencia de 2 no implica simplemente adición, 222 no significa 6, o 2 + 2 + 2. La secuencia implica multiplicación. Pero el número tampoco es simplemente el producto de estos tres doses, lo que significaría que 222 es 8 o 2 × 2 × 2. En vez de esto, los «lugares» o posiciones en nuestro sistema numeral indican una multiplicación implícita por exponente de diez. De modo que 222 significa 2×10^2 más 2×10^1 más 2×10^0, es decir, 200 más 20 más 2. En otras palabras, cuando lees numerales transcritos en el sistema de notación numérico occidental, estás constantemente sumando el resultado de los números que han sido multiplicados por alguna potencia de diez. Así, 2.456.346 lo que significa para ti es $(2 \times 10^6) + (4 \times 10^5) + (5 \times 10^4) + (6 \times 10^3) + (3 \times 10^2) + (4 \times 10^1) + (6 \times 10^0)$. Hay una complejidad inherente a estos numerales que a menudo se pasa por alto porque nos resulta banal y por la aparente naturalidad de agrupar cantidades en decenas. Pero a pesar de lo común de los sistemas decimales en los numerales y números hablados del mundo, no estamos programados genéticamente para pensar en cantidades en grupos de diez. Aprender nuestro sistema numeral requiere un esfuerzo cuantioso, como evidencia la cantidad de tiempo que necesita un niño pequeño para adquirir las convenciones para los numerales grandes, tanto escritos como hablados. Además, las convenciones de los numerales dependen de la cultura, y existe un alto grado de variabilidad en los numerales que se han desarrollado en regiones dispares. Muchos de estos tipos no están basados en agrupar las cantidades en decenas. Para ilustrar esto, permíteme desviarme brevemente y hablar del antiguo mundo maya.

Escondida tras un denso follaje tropical y a veces cubierta por una neblina, la ciudad de Palenque estuvo oculta por la naturaleza durante siglos, antes de su «descubrimiento» por los europeos en la segunda mitad del siglo XVIII, mucho después de que los conquistadores y otros personajes hubiesen arrasado gran parte de la herencia cultural de América Central. Protegida en una pronunciada línea montañosa en la periferia de los Altos de Chiapas, esta serie de ruinas ha llamado la atención de los exploradores desde entonces. Fue en Palenque donde los europeos hicieron algunos de los primeros dibujos de los jeroglíficos mayas a finales del siglo XVIII, y fue allí donde se tomaron las primeras fotografías de esos glifos a finales del siglo XIX. Aunque los mayas habían producido códices (libros plegables de papel amate con escritura colorida), la mayoría de estos fueron alimento de las piras de los frailes españoles, como el infame fray Diego de Landa. Con la vista puesta en la conversión forzosa de los nativos de América Central, este fraile extirpó mucho de la cultura material simbólica indígena y, con ello, la mayoría de los ejemplos de la escritura maya clásica. Hizo quemar textos nativos al saber que algunos mayas todavía practicaban su credo tradicional. Como resultado de los esfuerzos de De Landa, entre otros, solo se conservan unos pocos de estos textos o códices, tres de los cuales finalmente acabaron en las estanterías europeas en París, Madrid y Dresde. Las misteriosas inscripciones en piedra de ruinas como las de Palenque, Tikal, Copán y otros lugares mayas alimentaron la fascinación por la escritura de este pueblo. ¿Qué significaban estas exóticas representaciones líticas de animales y seres humanos vestidos con múltiples adornos, entre otros numerosos tipos de símbolos? ¿Tenían en realidad una naturaleza lingüística o era principalmente artística? Los académicos debatieron acaloradamente las respuestas a estas y otras preguntas relacionadas durante décadas, a lo largo del desciframiento gradual de la escritura maya en los dos últimos siglos.

El primer avance importante en esta descodificación lo realizó alguien que examinó la reproducción de los trozos del códice maya que se encuentran en la biblioteca de Dresde. En 1832, Constantine Samuel Rafinesque, un excéntrico francés con variedad de aficiones y talentos, elaboró un análisis de los patrones del códice. Los que analizó eran también evidentes en las grabaciones en piedra que durante décadas habían fascinado a exploradores del palacio de Palenque y otras ciudades mayas. Rafinesque observó que, entre todos los grabados y escritos, perdidos en un mar de imágenes aparentemente indescifrables, había unas series recurrentes de puntos y líneas que eran menos icónicas que los símbolos adyacentes. ¿Qué podrían ser? Rafinesque observó que nunca aparecían en línea más de cuatro puntos, pero que abundaban los conjuntos de uno, dos, tres y cuatro puntos. Además, se dio cuenta de que los puntos a menudo se colocaban al lado de líneas. Supuso, de manera correcta, que estos simbolizaban entidades singulares. Un punto representaba 1 elemento, dos puntos representaban 2, etcétera. Dedujo que la cantidad de cinco se representaba con una línea, de modo análogo al modo en que algunas personas escriben una línea diagonal tachando cuatro líneas cuando están contando cinco elementos. Darse cuenta de esto transformó nuestra percepción de los símbolos mayas y fue el primer paso para descifrar su escritura. Y en la siguiente fase importante también se vieron involucrados los numerales mayas, cuando se reveló que el sistema numérico de estos era bastante elaborado.

Décadas después de la epifanía de Rafinesque, un académico alemán llamado Ernst Förstemann analizó los numerales representados en el códice de Dresde. Entre otras ideas, presentadas en varios trabajos publicados de 1880 a 1900, observó que los numerales mayas del libro a menudo representaban cantidades grandes que correspondían a fenómenos astronómicos, como por ejemplo las fases de Venus. El riguroso trabajo de Förstemann ha sustentado las investigaciones subsecuentes y jugó un papel primordial en el desciframiento de los glifos mayas en el siglo XX. Además, detalló componentes clave de los calendarios mayas y también arrojó luz sobre las elaboradas matemáticas que practicaba esta civilización.[14]

Aunque el sistema maya que Förstemann ayudó a descifrar no es de base decimal, comparte algunas correspondencias estructurales claras con sistemas como el nuestro. ¿Cómo escribían los numerales los mayas? En primer lugar, usaban un símbolo para el cero, probablemente el numeral para cero más antiguo del mundo. Este se usaba como un marcador de posición en sus numerales, bastante parecido a como lo hacemos nosotros. A diferencia de nuestro sistema orientado horizontalmente, en el cual los dígitos se mueven a la izquierda una posición para indicar que están multiplicados por la siguiente potencia de diez, las posiciones en los numerales mayas se apilaban verticalmente para representar cambios en los exponentes (aunque los numerales mayas podían rotarse horizontalmente en textos, lo que resulta confuso). También difiere en que el sistema maya de numerales estaba basado en veinte, en lugar de diez, algo de lo que ya se dio cuenta Förstemann. En otras palabras, era un sistema vigesimal y no uno decimal. En la figura 2.4. he escrito dos numerales mayas para darte una idea de cómo funcionaba su sistema de notación. A la izquierda está la representación del número 437. Las líneas punteadas en la figura ayudan a expresar la naturaleza vertical de los numerales mayas al separar las posiciones de las potencias implícitas, pero dichas líneas punteadas no están realmente presentes en la escritura maya (además, por claridad he exagerado de algún modo el espaciado entre las posiciones). En el número de la izquierda, vemos que la serie de más abajo incluye tres líneas y dos puntos para representar el número 17. Podemos pensar en esto como 5 + 5 + 5 + 2. En la porción del medio del glifo hay solo un punto, que representa 1 multiplicado por la base elevada a la primera potencia. Como los numerales mayas eran vigesimales, quiere decir que el punto representa 20 o 1×20^1. El punto situado arriba del todo representa 1 multiplicado por la base elevada a 2, es decir, 1×20^2. En otras palabras, el punto de arriba del todo representa 400; el del medio, 20, y la serie de abajo, 17. Juntos, estos símbolos representan 400 + 20 + 17 o 437. Al igual que ocurre con los nuestros, los numerales mayas involucran la multiplicación y la adición, pero con una base diferente.

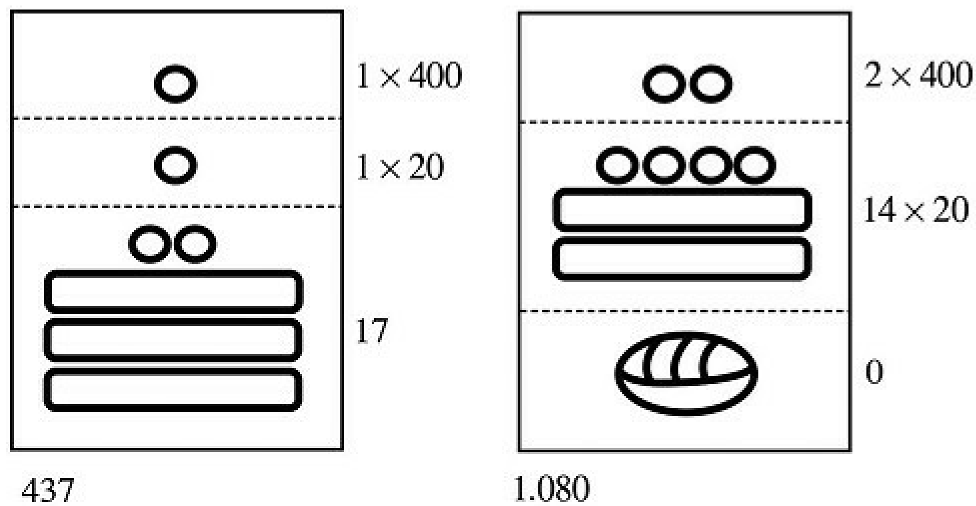

Fig. 2.4. Ejemplos de numerales mayas. Observa que, en los numerales calendáricos, algunos puntos podrían representar 360 en lugar de 400. Esta variación del sistema vigesimal facilita el seguimiento de los años.

En la parte de la derecha de la figura 2.4. hay una representación de 1.080. En este caso la parte más baja del numeral tiene el dibujo de una variante del símbolo maya ovalado que se usa para el cero. La serie de líneas y puntos del medio representa 14 (5 + 5 + 4), pero el sistema de base 20 de los numerales mayas implica que esta cantidad de 14 está multiplicada por 20, lo que da un resultado de 280. La parte superior del numeral contiene dos puntos que, dada su posición, corresponden a la cantidad de 2×20^2. Es decir, los de arriba representan 2 × 400 (800); las líneas y puntos del medio, 14 × 20 (280), y el símbolo de abajo, 0×20^0 (0), dando un total de 1.080.[15]

Los numerales mayas pueden parecer difíciles de manejar, ya que no son de base decimal, pero, como he mencionado, los humanos no están predispuestos de manera innata a pensar en grupos de diez. Para la mayoría de nosotros lo que pasa es que estamos entrenados en las agrupaciones decimales debido a la lengua o lenguas que hablamos y al sistema numérico que nos es más familiar. El sistema maya era bastante funcional y duró muchas generaciones y, además, precede a nuestros numerales occidentales en muchos siglos. Si los mayas hubiesen encontrado el sistema difícil de manejar, probablemente no lo hubiesen utilizado durante tanto tiempo.

A pesar del extraño modo maya de escribir los numerales, observa que comparte mucho con nuestros numerales. Primero, su sistema depende totalmente del concepto de posición, donde el cero es el número marcador de posiciones. Aunque el modo de ordenar los números es vertical en el sistema maya y horizontal en el nuestro, las posiciones en ambos métodos implican la multiplicación del numeral mostrado por una base implícita elevada a un exponente. En nuestro sistema la base es diez, mientras que en el maya es veinte. Aunque estas bases no son aleatorias, el papel estructural de cinco y veinte en los numerales mayas y de diez en nuestros numerales es muestra de la manera en la cual el cuerpo humano sirve como base de ambos sistemas numerales. No es coincidencia que los humanos tengan cinco dedos en cada mano, diez en ambas y veinte entre manos y pies: estas cantidades juegan un papel importante en los numerales mayas y occidentales. Además, resultan determinantes para otros tipos de numerales creados de manera independiente.[16]

Fijémonos en el sistema quipu del imperio inca. Los numerales quipu son tridimensionales, consisten en nudos que se hacen cuidadosamente en cuerdas hechas de algodón entrelazado y otros materiales, como la lana de alpacas y llamas. Estas se combinaban con otros filamentos y forman una especie de cortina de hilos conectados a una cuerda principal más gruesa. Las cuerdas colgantes podían ser unas pocas o más de un millar, y cada una representaba un número por separado. Los nudos en ellas expresaban numerales y eran usados por los contables incas, por ejemplo, para hacer un seguimiento de los impuestos y bienes o llevar los censos. Este sistema era único en su forma y material, pero la composición simbólica de los numerales incas era en realidad bastante similar a nuestro sistema occidental. Los numerales quipu estaban también basados en la adición de grupos de diez multiplicados (era un sistema de base decimal) y además incorporaba medios para representar cero elementos. El número de nudos de una cuerda particular correspondía a los múltiplos de diez. Se usaban huecos pequeños entre los nudos para separar las posiciones de un numeral, y los huecos más grandes entre nudos representaban el cero. Por ejemplo, tomemos esta serie de nudos en una cuerda: un nudo en la base de la cuerda (1), seguido de un pequeño hueco de cuerda sin nudos, a continuación tres nudos adyacentes (30), seguidos por otro hueco corto, después dos nudos adyacentes (200), un hueco pequeño y, por último, un nudo en la cima (1.000), cerca de su intersección con la cuerda principal y gruesa del quipu. Dicha cuerda técnicamente representaría $1 + (3 \times 10^1) + (2 \times 10^2) + (1 \times 10^3)$ o 1.231. Otro ejemplo: una cuerda con un nudo en la base (1), seguida por un hueco largo de cuerda sin nudos (0), después tres nudos (300), un hueco pequeño y a continuación dos nudos (2.000) en la parte de arriba. Dicha secuencia de nudos correspondería a $1 + (0 \times 10^1) + (3 \times 10^2) + (2 \times 10^3)$ o 2.301. En resumen, a pesar de sus diferencias físicas obvias con respecto a nuestros numerales occidentales, los numerales quipu no eran totalmente distintos a los nuestros, ya que tenían base decimal y también dependían de un tipo de cero. Esta similitud estructural es evidente en los aproximadamente 600 ejemplares del sistema quipu que existen en museos y colecciones privadas.[17]

La mayoría de los tipos de numerales que han evolucionado en los últimos milenios, a lo largo de variadas regiones del mundo, comparten ciertas relaciones estructurales notables. Algunas de estas coincidencias se deben al hecho de que los números escritos solo surgen independientemente en un puñado de localizaciones. Pero no todas las semejanzas pueden justificarse como debidas a la influencia cercana de culturas e imperios próximos. De ser así, un sistema como el romano podría haber tenido un impacto mayor en la notación actual. Por el contrario, ese sistema, que carecía del concepto de cero como marcador de posición y a menudo requería cadenas de símbolos largas para cantidades relativamente pequeñas (por ejemplo, XXXVIII para 38), finalmente cayó en desuso excepto en contextos restringidos. Cedió el paso a un sistema que usa un símbolo para el cero y tiene posiciones que reflejan grupos de diez.

Los diferentes tipos de numerales proceden de otros modos que no se exploran aquí. Sin embargo, la variación en el valor de la base es notablemente reducida en diferentes sistemas de numerales no relacionados, tanto en los actuales como en los antiguos. Esta limitación se debe a un hecho sencillo: las clases de notación numérica más importantes del mundo, ya sea la decimal inventada en China y desarrollada a lo largo de Asia oriental, o la primera usada en India, Mesoamérica o los Andes, comparten un sesgo común. Todas están basadas de algún modo en diez o algún múltiplo de cinco y la motivación anatómica para este sesgo es clara: las cantidades que se dan de manera regular en nuestro cuerpo son cruciales para determinar cómo construimos los números. Este hecho está tanto en la base de los numerales escritos como en los números hablados, como veremos en el capítulo 3. Los dedos de la mano y, con menor importancia, los de los pies han tenido una influencia generalizada durante milenios para proporcionar una estructura a los numerales.

Conclusión

No hemos escudriñado exhaustivamente la historia de los artefactos numéricos del ser humano en este capítulo, ya que dicho cometido requeriría varios volúmenes. Por ejemplo, no hemos discutido los sistemas de ábacos que fueron y son usados en varios lugares, como la antigua Roma y el Japón contemporáneo, para facilitar el pensamiento numérico, aunque debería mencionar que los ábacos alrededor del mundo están también estructurados alrededor de grupos de cinco y de diez.[18] Este estudio ha enfatizado algunos puntos clave sobre las prácticas simbólicas antiguas. Primero, ha demostrado que la tabulación de cantidades es evidente en muchos artefactos paleolíticos alrededor del mundo, sugiriendo que los numerales prehistóricos fueron de algún modo los primeros símbolos no verbales (o cuasisímbolos menos abstractos). Las formas de arte del Paleolítico a menudo representan los dedos de una mano humana, a veces en configuraciones que sugieren prácticas de conteo antiguas. Además, la facilidad y utilidad de representar cantidades parece que dio como resultado los palitos de conteo y otros numerales prehistóricos esenciales para las primeras representaciones bidimensionales de ideas.

A medida que la tabulación sistemática de cantidades mayores evolucionaba, los seres humanos confiaron en la agrupación de dichas cantidades en conjuntos más pequeños que eran, de forma literal, manejables físicamente. Por último, desarrollamos sistemas de notación que estaban centrados en conjuntos de elementos concretos recurrentes de manera natural, nuestros dedos. El enfoque manual resultó determinante para la evolución de los numerales, lo mismo que fueron cruciales para la Edad de Piedra los calcos de manos en las paredes de las cavernas. Nuestras mentes necesitan nuestro cuerpo, en concreto nuestros dedos y manos para hacer un seguimiento de cantidades. Esta conclusión está respaldada por los números hablados, como se detallará en el tercer capítulo, y en este segundo, por distintos tipos de numerales escritos. También hemos visto aquí que los numerales estaban presentes en los albores de la escritura y probablemente fueron cruciales para el desarrollo de la palabra escrita.

3

Un viaje numérico alrededor del mundo actual

Los antropólogos, ya sean arqueólogos, lingüistas o de cualquier otro tipo, recorren culturas, tanto en sentido físico como temporal, para aprender cómo vive y ha vivido la gente. El objetivo global de nuestro cometido, llegar a un entendimiento más profundo de lo que significa ser miembros de la especie *Homo sapiens*, depende de esta investigación intercultural. Idealmente somos esponjas que absorben conocimiento a través de interacciones directas con otras culturas contemporáneas o a través de interacciones indirectas, como examinar los restos de culturas desaparecidas. En cierto modo, de forma inevitable, estas interrelaciones e intercambios son asimétricos, pues lo que tomamos suele ser mayor valor que lo que dejamos, sin importar el tipo de pago que conlleve.

Por fortuna, en ocasiones tenemos la oportunidad de compartir facetas de nuestra propia cultura que son valiosas para aquellos de quienes estamos aprendiendo. Hace unas cuantas estaciones de lluvias amazónicas, en un día sofocante, dicha oportunidad se me presentó a mí. Estaba jugando al fútbol con un grupo ribereño de Brasil cuando me di cuenta de que se nos unían dos indígenas, bajos de estatura pero con una velocidad y fortaleza notables. Después del partido —en el cual fueron, no por casualidad, los mejores anotadores—, entablé una conversación con ellos en su limitado portugués. Descubrí que los dos eran miembros de la cultura jarawara (mencionada con anterioridad), un grupo indígena de alrededor de un centenar de personas. Inmediatamente me sentí entusiasmado por aprender de estos hombres, ya que son hablantes de una de las pocas lenguas a las que se ha atribuido no tener palabras para los números. Pronto descubrí que ellos también estaban entusiasmados en obtener algo de mí: aprender a conducir la motocicleta en la cual me habían visto llegar. Durante las siguientes semanas, intercambiamos estos componentes de nuestras culturas nativas. Yo aprendí acerca de su lengua y ellos aprendieron cómo conducir una moto todoterreno. Durante el tiempo que pasé con ellos y algunos de sus amigos y familia —quienes, como ellos, estaban en una excursión lejos de la vida del poblado—, me di cuenta de dos cosas fundamentales: la primera es que, en contra de las afirmaciones previas, esta gente sí tiene un sistema numérico nativo y fascinante, y la segunda es que son hábiles e intrépidos cuando se trata de aprender cómo conducir una motocicleta.

Los jarawara viven en dos poblados principales situados cerca del río Purús, uno de los principales afluentes del Amazonas. Hablan uno de los idiomas de un grupo lingüístico de esta región, descendiente de una lengua extinta denominada «protoarahuaca», la cual probablemente se usaba ya hace más de 1.000 años. Ahora sabemos que estas lenguas que están relacionadas tienen unas pocas palabras básicas para los números, que suenan de manera parecida en unas y otras. Por ejemplo, las voces para «dos» son similares en todas las lenguas arahuacas, hecho que sugiere que estos términos son lo que los lingüistas llaman «cognados». Los cognados derivan de una misma palabra en una lengua antigua, en vez de pasar de una lengua a otra más reciente, y ayudan a los lingüistas a reconstruir los términos extintos de los que proceden. En el caso de la lengua protoarahuaca, ahora estamos seguros de que la palabra para «dos» era **pama* (en lingüística un asterisco denota una palabra reconstruida que existía en una lengua ancestral). En la mayoría de familias lingüísticas del mundo, podemos reconstruir palabras antiguas para los números, como por ejemplo **pama*, ya que la gran mayoría de las lenguas actuales del mundo tienen voces para cantidades precisas. Incluso las lenguas australianas, que suelen carecer de inventarios grandes de términos para los números, tienen palabras para algunas cantidades. Todo esto sugiere que los números hablados son una innovación humana extremadamente antigua, común a las lenguas actuales del mundo, así como a las ancestrales habladas hace mucho tiempo. En este capítulo, estudiamos algunos de los hallazgos clave evidentes en los números hablados alrededor del mundo, a los cuales me refiero simplemente como números, en contraste con «numerales», un término que reservo para los números escritos.[1]

La palabra para «dos» en jarawara resulta ser *fama*, claramente parecida a **pama*, la palabra usada por los hablantes del protoarahuaca. Durante las entrevistas que hice con los conocidos jarawara, quedó claro que su sistema numérico nativo tienen en realidad muchos números, más allá de *fama*. En encuentros individuales con ellos, les pedí que me proporcionasen una palabra de su lengua para describir la cantidad de un conjunto de elementos que colocaba en una mesa delante de ellos. Los siete adultos que se prestaron voluntarios para ayudarme fueron congruentes en sus respuestas. Además, cuando a continuación les preguntaba por las traducciones para las palabras de número en portugués, fueron de nuevo mayormente congruentes. Como resultado de estas sesiones, concluí que los jarawara tienen un sistema numérico nativo, lo que contradice afirmaciones previas. Como en muchas otras lenguas del mundo actual, las palabras nativas para los números están siendo reemplazadas en jarawara por los números más útiles del poder económico hegemónico con el que la gente se ve forzada a interactuar (véase la discusión de los sistemas numéricos en peligro de extinción en el capítulo 9). Sin embargo, a pesar de la adopción de los números portugueses usados en todo Brasil, los adultos jarawara que me encontré podían todavía recordar sus palabras tradicionales para los números cardinales.[2] Algunos números en jarawara se muestran a continuación (las palabras entre paréntesis son opcionales):

Cantidad	*Término jarawara*
1	*ohari*
2	*fama*
3	*fama oharimake*
4	*famafama*
5	*(yehe) kahari*
7	*(yehe) kahari famamake*
10	*(yehe) kafama*
11	*(yehe) kafama ohari*
20	*(yehe) kafama kafama*

El sistema numérico jarawara es una entrada útil a nuestro estudio de los números en las lenguas habladas del mundo, porque los patrones evidentes en él son indicativos de características comunes compartidas por la mayoría de las lenguas del planeta. En concreto, las bases de los números jarawara son obvias en muchos de los sistemas numéricos del mundo. Una base es una palabra que se repite, normalmente de manera explícita —aunque también puede que sea solo de forma implícita—, en los números de una lengua dada. Una base es un pilar para los otros números[3] (como vimos en el capítulo 2, el término puede también referirse al valor de la base de potencias específicas en un sistema numeral escrito). Consideremos brevemente las bases de los números jarawara. Primero, uno se da cuenta de la recurrencia de la palabra *fama* en los números. De modo que, mientras que «dos» es *fama*, «cuatro» es *famafama*, una forma reduplicada de la palabra «dos». De manera similar, la voz para «diez» es *(yehe) kafama*, que significa «con las dos (manos)», en donde la palabra para «mano», *yehe*, podría estar implícita en lugar de explícita. Podemos concluir, entonces, que el jarawara tiene lo que se conoce como una base binaria (base 2), es decir, el número «dos» se usa como un pilar para, al menos, algunos números más grandes. Aunque claramente no es la única base obvia. Empezando con el número «cinco», observamos que se usa *yehe*, al menos implícitamente, en todos los números restantes. La propia palabra para «cinco» tiene una traducción mejor: «con una mano». Este sistema quinario (base 5) es evidente de principio a fin. La palabra para «siete» se traduce por «una mano con un par», y la voz para «diez», *(yehe) kafama*, se traduce como «con dos manos». Esta última se usa luego como base para los números restantes, como «once» y «veinte».

Claramente, el sistema numérico jarawara tiene bases recurrentes en lugar de nombres originales para cada cantidad nombrada. En este sentido tipifica cómo funcionan la mayoría de los sistemas numéricos verbales. También clasifica muchos sistemas numéricos en los que el número cinco tiene una estatus especial como una base recurrente. Adicionalmente, el número diez se repite, aunque está en sí mismo basado en el número cinco. De manera más habitual, los números verbalizados del mundo son decimales, basados en el número diez, aunque hay con frecuencia sistemas quinarios también, como es el caso del jarawara. Además, a veces hay vigesimales, basados en el número veinte. Finalmente, la base binaria, que es evidente en el jarawara, también se da en otras lenguas alrededor del mundo. En resumen, este sistema numérico descubierto hace poco es bastante representativo de los sistemas numéricos de las lenguas del mundo. Se usan ciertas palabras como pilares de los números hablados y estas «bases» tienden a denotar cantidades como 5, 10, 20 y, con menos frecuencia, 2. Con un marco diferente, los números reflejan una fuerte inclinación hacia nuestro constructo de cantidades a través de unidades identificadas de nuestra biología, principalmente nuestros dedos.

Fijémonos en otro ejemplo del Amazonas, la lengua de los karitiâna, que ha sido objeto de parte de mi propia investigación. Este idioma no está para nada relacionado con los jarawara. Como en la mayoría de los sistemas numéricos del mundo, sus términos para cantidades más pequeñas no son analizables y no tienen una base identificable, como el binario *fama* de los jarawara. En la lista que presento a continuación hay un puñado (es difícil evitar las manos cuando se está hablando de cantidades, incluso en español) de palabras karitiânas para números.

Cantidad	*Término karitiâna*
1	*myhint*
2	*sypom*
3	*myjyp*
4	*otadnamyn*
5	*yj- pyt* («nuestra mano»)
6	*myhint yj-py ota oot* («toma uno y nuestra otra mano»)
11	*myhint yj- piopy oot* («toma uno de nuestros dedos del pie»)

Los patrones en esta lista son, de nuevo, ilustrativos de características comunes en las palabras para números del mundo. La voz para «cinco» está claramente asociada con el término para «mano» y, además, sirve como base para números más mayores, como «seis». A su base quinaria se suma que los números de los karitiâna reflejan la base decimal, que es la más común en las lenguas del planeta. Observemos la palabra para «once», cuya traducción más literal es «toma uno de nuestros dedos del pie»; esta palabra está implícitamente basada en 10, puesto que solo se necesita hacer referencia a un dedo humano, uno del pie, para denotar 11. Lo mismo podría decirse para otros números mayores en karitiâna, los cuales son también de base decimal.

De hecho, una gran mayoría de los sistemas numéricos del planeta, a lo largo y ancho de sus aproximadamente 7.000 lenguas, muestran una relación decimal de una forma u otra, puesto que los números mayores comúnmente se estructuran alrededor de 10. Las cantidades más bajas a menudo tienen una base quinaria (como en el caso de los jarawara y los karitiâna) o que no es posible analizar (como es el caso de los números karitiânos más pequeños). La motivación para esta fijación quinaria y decimal por los creadores de los números humanos es reconocida desde hace tiempo: las personas tienden a depender de sus manos cuando elaboran palabras para números. Nuestros dedos permiten la extensión más sencilla de los conceptos numéricos en el mundo físico. Esa extensión, cosificada a través de contar con los dedos y otras prácticas asociadas, se extiende luego al reino de lo oral mediante la acción de poner nombre de cantidades usando una transferencia metonímica de términos biológicos como «mano», «dedo» y «dedo del pie».

En muchas lenguas, los números más grandes tienen el aspecto de una frase, con orígenes físicos obvios, como la palabra karitiâna para 11, «toma uno de nuestros dedos del pie». Uno de los principios de la teoría lingüística moderna es que los términos que se usan con frecuencia se reducen fonéticamente: las palabras de uso común se hacen más cortas con el tiempo; las palabras compuestas y las perífrasis verbales se acortan. Por esta y otras razones, voces que se utilizan a menudo tienden a tener fuentes históricas menos obvias, mientras que las que se usan con menor frecuencia suelen retener su forma original. En cierto sentido, las fuentes obvias de algunos números en lenguas como la karitiâna y la jarawara reflejan su uso relativamente poco frecuente. Por el contrario, en la mayoría de las lenguas en las cuales los números juegan un papel más importante y son más frecuentes en el discurso, incluso los números más grandes tienen etimologías menos obvias (recuerda que los números jarawara se usan tan poco que se había asumido que no existían). En inglés, por ejemplo, las palabras para números grandes no implican ninguna referencia obvia a los dedos, manos, dedos de los pies o pies.[4]

Ninguna referencia obvia, pero referencias menos obvias sí que están ahí. Porque las palabras para números en inglés, aparte del modo en que se escriben los numerales, son estrictamente decimales. Observemos las palabras *thirteen* (trece), *fourteen* (catorce) y cualquier otra palabra que acabe en -*teen*. Estas palabras indican que se suman cantidades a diez: *thir* + *teen* es, simplemente, 13; *four* + *teen*, 14, etcétera. Los números más allá de las decenas son también decimales, aunque el concepto de 10 haya tomado la forma de -*ty* en esas palabras, en lugar de -*teen*. Además, estos números mayores están basados en la multiplicación en lugar de la suma. Pero *twenty*, *thirty*, *forty*, *fifty*, *sixty*, *seventy*, *eighty* y *ninety* (palabras inglesas para 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80 y 90) claramente reflejan problemas matemáticos sencillos centrados en la cantidad 10: 2 × 10, 3 × 10, 4 × 10, etcétera. Esta fijación decimal tiene las mismas raíces biológicas que las que hay en una lengua como la karitiâna. La gente cuenta con sus dedos, y a veces con los dedos de los pies, y cuando nombran estas cantidades los nombres escogidos están basados de algún modo en la identificación de estas cantidades con los dedos humanos.

Este patrón resulta un hecho generalizado en las lenguas del mundo. Pongamos como ejemplo un idioma europeo con orientación decimal, el portugués. Este es parte de la gran familia de lenguas indoeuropeas, el portugués es una lengua romance, de modo que no está muy relacionado con el inglés, un miembro de la rama germánica del árbol indoeuropeo. En algunos casos, las palabras para los números en los dos idiomas tienen cierto parecido, en otros no. Aunque dejando de lado cualquier disparidad terminológica, vemos que la naturaleza decimal del portugués resulta evidente.

Cantidad	*Término portugués*
1	*um*
2	*dois*
3	*tres*
4	*quatro*
5	*cinco*
6	*seis*
7	*sete*

8	*oito*
9	*nove*
10	*dez*
11	*onze*
12	*doze*
13	*treze*
14	*quatorze*
15	*quinze*
16	*dezesseis*
17	*dezessete*
18	*dezoito*
19	*dezenove*
20, 21, 22, ...	*vinte, vinte um, vinte dois, ...*

De nuevo, vemos que las formas para las palabras de 1 a 10 parece que son arbitrarias. Ya al empezar con 11 vemos alguna regularidad; «once» es el número a partir del cual el conteo vuelve a empezar, de modo que el número que le precede debe servir de base. Para los números 11-15, podemos observar un parecido recurrente vago a los números 1-5 más la forma *-ze*, la cual ahora no tiene significado por sí sola, pero claramente refleja la suma antigua de 10 a 1-5. De manera similar, los números 16-19 vemos que se parecen a los números 6-9, pero de nuevo están combinados con 10. En este caso, la combinación es más transparente, ya que *e* es la conjunción «y» en el portugués contemporáneo, de modo que, por ejemplo, 16 es literalmente «diez y seis». Para números mayores, el sistema una vez más se regenera con el siguiente múltiplo de 10, de modo que 21, por ejemplo, es *vinte um* o «veinte uno». Lo mismo ocurre para 31, 41, etcétera. En resumen, los números portugueses son claramente decimales.[5]

Merece la pena señalar que la naturaleza decimal de estos sistemas numéricos no se debe simplemente a alguna conveniencia matemática, como se asume a veces. Las bases decimales son evidentes en muchas sociedades sin tradición matemática, como la karitiâna, y en lenguas europeas se adelantan en milenios a la llegada de los numerales escritos y las prácticas matemáticas modernas. Esto es evidente en el sistema numérico protoindoeuropeo reconstruido, el antecesor del inglés, del portugués y de más de otras 400 lenguas relacionadas.[6] El protoindoeuropeo se hablaba hace alrededor de 6.000 años en algún punto próximo al mar Negro (los especialistas todavía debaten de forma acalorada dónde se hablaba exactamente, si en las estepas de la actual Ucrania o en Anatolia). A través de una serie de eventos, los hablantes del protoindoeuropeo y de sus lenguas descendientes llegaron a influir en el mundo de un modo sin precedente: en la actualidad, alrededor de la mitad de las personas habla una lengua indoeuropea de algún tipo. Más adelante se presentan algunos números reconstruidos de esta lengua ancestral tan influyente (recuerda que un asterisco denota formas reconstruidas, es decir, no tenemos transcripciones o confirmaciones históricas de estas palabras, pero basándonos en similitudes entre los idiomas modernos que descienden de la indoeuropea, podemos estar bastante seguros de que los términos de números usados en esa lengua tenían la forma presentada).[7]

Cantidad	*Término protoindoeuropeo*
1	**Hoi(H)nos*
2	**duoh*
3	**treies*
4	**kwetuor*
5	**penkwe*
6	**(s)uéks*
7	**séptm*
8	**hekteh*
9	**(h)néun*
10	**dékmt*
20	**duidkmti*
30	**trihdkomth*
40	**kweturdkomth*
50	**penkwedkomth*
60	**ueksdkomth*
70	**septmdkomth*
80	**hekthdkomth*
90	**hneundkomth*
100	**dkmtom*

La naturaleza decimal de los números protoindoeuropeos es obvia a pesar de discrepancias menores en reconstrucciones alternativas. Los números 11-19, que no aparecen en la lista anterior, tienen alguna variación de «diez y _x_», donde _x_ es algún número de 1 a 9. Los números para 20 y más también reflejan claramente un patrón de base 10. Estos números contienen alguna variante de la cadena de sonidos _dkmt_, que pertenece al antiguo número para 10, *_dékmt_. Sin embargo, en lugar de ser aditivos, son multiplicativos, justo como vimos en inglés y portugués. Por lo tanto 20, por ejemplo, es *_duidkmti_, o (aproximadamente) «dos dieces», mientras que 30 es *_trihdkomth_ o «tres dieces», etcétera.

El estatus antiguo de las bases decimales en números hablados resulta también evidente en otras familias de lenguas del mundo importantes. Consideremos tres de estas: sinotibetanas, nigerocongolesas y austronesias. Al igual que ocurre con las indoeuropeas, hay más de 400 lenguas sinotibetanas habladas en la actualidad, y su número de hablantes supera los mil millones, ya que entre ellas se incluyen el mandarín y el cantonés. Como una discusión de los números en el protosinotibetano necesitaría un boceto esotérico de aspectos fonéticos de esa lengua, echemos un vistazo a los números en la lengua hablada más extendida en la actualidad de este grupo de lenguas: el mandarín. Del mismo modo que las lenguas europeas, el mandarín tiene números indescifrables para 1-10, es decir, no se usan unidades recurrentes en la construcción de estos números más pequeños. La palabra en mandarín para 10 es _shí_. Todas las voces para 11-19 contienen esta palabra, más algún número que también se usa para representar una cantidad menor que diez. La palabra para 11, por ejemplo, es _shíyī_ o «diez uno». El término para 17 es _shíqī_ o «diez siete». Números mayores también tienen base decimal, reflejando una agrupación de cantidades en base a diez elementos. Sin embargo, para 20-99 aparecen los números más pequeños antes que la base decimal, por ejemplo, 70 es representado con _qīshí_ o «siete diez», en contraste directo con la unión inversa evidente de 17. Lo mismo se da con otros múltiplos de diez. En resumen, los números en mandarín tienen una base decimal, de hecho una que es más transparente que en los casos del inglés, el portugués o el español.

La nigerocongolesa es otra de las familias de idiomas más importantes del planeta. En términos de número de lenguas, constituye el grupo lingüístico más grande, con más de 1.500 representaciones según un estudio reciente. Una de las lenguas nigerocongolesas más habladas es el suajili, una lengua de la rama bantú usada ampliamente en África oriental. La base decimal del suajili, indicativa de las estrategias decimales predominantes en la familia nigerocongolesa, se hace patente en los ejemplos proporcionados a continuación, los cuales demuestran que cantidades como 11-13 se expresan sumando términos de números más pequeños, como *tatu* o «tres», a la palabra para «diez», *kumi*.

Cantidad	*Término suajili*
1	*moja*
2	*mbili*
3	*tatu*
11	*kumi na moja*
12	*kumi na mbili*
13	*kumi na tatu*

La familia de lenguas austronesias está increíblemente dispersa desde el punto de vista geográfico, con más de 1.200 representaciones en lugares tan lejanos unos de otros como Madagascar, el Sureste Asiático o Hawái. Las lenguas austronesias también están repartidas por muchas otras islas del Pacífico, debido a la expansión marítima que han llevado a cabo sus hablantes durante los últimos 2.000 años. La lengua protoaustronesia tenía aparentemente un sistema decimal y la mayoría de sus idiomas actuales están caracterizados por una base decimal. Esto es cierto, por ejemplo, en la rama de la familia de lenguas conocida como polinésica, la cual ha demostrado tener un sistema decimal desde tiempos inmemoriales.[8] Resulta interesante que muchas lenguas austronesias también muestran evidencias de una base quinaria. Al igual que la base decimal, este patrón quinario tiene motivaciones anatómicas que son innegables, en concreto la palabra para 5 en protoaustranesio es la misma que para «mano»: **lima*.[9]

Nuestro viaje numérico ha servido hasta ahora para demostrar que las familias de lenguas más grandes del mundo, incluyendo la indoeuropea, la sinotibetana, la nigerocongolesa y la austronesia, al igual que familias de lenguas más pequeñas en el Amazonas y en cualquier otro lugar, revelan la influencia generalizada de la base decimal. Esta claramente se remonta muchos milenios, pues las culturas humanas hace mucho que llegaron de manera independiente a la noción de que los números están agrupados de modo natural en decenas y grupos de cincos. Como vimos en nuestra discusión de los numerales escritos, este hábito cognitivo se debe a nuestra biología. Las palabras para números a menudo tienen como fuente palabras para las manos, incluso cuando no la tienen, la base decimal (y con menor alcance, la vigesimal y la quinaria) en la mayoría de los sistemas numéricos refleja bases anatómicas del léxico de los números. En un estudio reciente de 196 lenguas de diversas familias y regiones geográficas, el reconocido lingüista Bernard Comrie halló que 125 de ellas tenían bases decimales puras para cantidades mayores que diez. También se vio que eran comunes bases híbridas de decimal/vigesimal y bases vigesimales puras, con 22 casos de la primera y 20 de la última presentes en la muestra.[10]

La base vigesimal es relativamente predominante en regiones como Centroamérica, el Cáucaso y África central y occidental. Aunque los patrones vigesimales también aparecen de manera débil en algunas lenguas europeas. Son particularmente notables en francés, donde la estructura de muchos números altos refleja un patrón de base 20. Por ejemplo, la palabra para 99, *quatre-vingt-dix-neuf* ($4 \times 20 + 10 + 9$), está fundada en bases decimal y vigesimal. Incluso en inglés hay algunos vestigios evidentes, aunque poco frecuentes, de un sistema de base 20. Consideremos la famosa introducción del discurso de Abraham Lincoln en Gettysburg: «*Four score and seven years ago*», («Hace cuatro veintenas y siete años»), en el cual hace referencia a la independencia de Estados Unidos, alcanzada 87 años antes. El hecho de que una palabra como *score* exista, no importa lo arcana que sea, refleja una agrupación lingüística vigesimal de cantidades.

En algunos casos, una única lengua podría tener muestra de bases quinarias, decimales y vigesimales. En el mamvu, una lengua de la familia de las sudánicas centrales en África, las palabras para 1-5 tienen etimologías opacas, o dicho de otro modo, como ocurre habitualmente, las fuentes de las voces de números más pequeños son misteriosas. Por el contrario, los términos para 6-9 tienen una base quinaria. La palabra para 6, *elí qodè relí*, tiene una traducción literal como «la mano agarra uno». Sin embargo, la expresión numérica *qarú qodè relí* significa «el pie agarra uno» e indica 11. En contraposición, las palabras para cantidades mayores que 20 están basadas en la expresión numérica *múdo ngburú relí*, que se traduce como «una persona completa». Las lenguas como el mamvu representan evidencias muy claras de que los sistemas numéricos están generalmente construidos alrededor de unidades que se refieren a una mano, dos manos y personas enteras, donde se usa la persona completa para referirse a todos los dedos (manos y pies) de un individuo.[11]

A pesar de lo común de estas bases en las lenguas del mundo, debería señalarse que la base decimal en particular juega un papel fundamental en los números. La importancia de esta se debe claramente a la biología humana, en lugar de, como se asume a veces, alguna redondez inherente o la eficacia de los grupos de 10. Y la motivación para el predominio de la base 10 cuando se compara a la base 20 es también claramente biológica: los dedos de nuestras manos son más prominentes y accesibles que los dedos de los pies. Están en nuestro campo de visión, se manipulan con más facilidad y sirven como medios más naturales para contar elementos. Este uso en las rutinas de conteo ayuda a los motivos para los nombres de los términos numéricos. La motivación para la gran dependencia humana de los sistemas de base 10 en lugar de los de base 5 es quizás una menos obvia, pero que de nuevo se puede explicar a través de hechos anatómicos sencillos: los dedos son relativamente homogéneos en ambas manos, sin embargo hay una evidente distinción entre los de estas y los de los pies. Esto resulta cierto en lo que respecta a su localización en el cuerpo y su aspecto físico. Como señaló el lingüista Bernd Heine, «dado que la diferencia de percepción es mayor entre las manos y los pies que la que hay entre una mano y la otra, el numeral 10 parece constituir una base más prominente que 5».[12]

Como se hace patente en algunos de los ejemplos que hemos considerado, las palabras para los números de cantidades más allá de cinco a menudo constituyen frases. En karitiâna, por ejemplo, 6 se representa con la expresión «toma uno y nuestra otra mano». Dicha frase a menudo se lexicaliza con el tiempo (se convierte en palabras más cortas con significados menos obvios). Esto es lo que ha pasado en el caso de los números españoles. Aunque en algunas lenguas estos números-frase siguen siendo transparentes y consistentes con expresiones de suma o multiplicación, como vimos en el caso del mandarín, los número para 11-19 son aditivos, con un significado de 10 más *x*, mientras que los números para 20, 30, 40, etcétera, son multiplicativos, tomando la forma de *x* veces 10. La mayoría de los sistemas numéricos implícitamente dependen de la suma y la multiplicación para construir números mayores a partir de números más pequeños, como en el mandarín. Con mucha menos frecuencia, se usa la substracción, incluso en lenguas que están también basadas en agrupaciones decimales. En el caso del idioma de los indígenas ainu, en Japón, la palabra para 9 es *shine-pesan*, que significa «uno menos», y las voces para 6-8 están basadas en la resta también. La resta no es nunca la base primaria para crear números en una lengua dada, puesto que hay una jerarquía evidente en los sistemas numéricos del mundo donde la suma juega un papel más importante que la multiplicación, que a su vez juega un papel más importante que la resta. También se usa la división, pero en casos extremadamente raros.[13]

Junto con la primacía de la adición en la construcción de las palabras para los números, resulta evidente otra tendencia asociada en muchas expresiones de números en las lenguas del planeta: la adición se denota a través del uso común de verbos como «tomar» o «agarrar». Como vimos en karitiâna, la palabra para 11 se traduce por «toma uno de nuestros dedos del pie». En mamvu la palabra para 11 significa «el pie agarra uno». Además de estos dos verbos, otro modo común en que se suman los números más pequeños para formar los términos de números mayores es a través de palabras o morfemas que significan «con». Este es el caso del jarawara, en el cual el prefijo *ka*se usa en una expresión como *yehe kafama*, literalmente, «con dos manos» o «diez».

El origen en las partes del cuerpo de las palabras para los números resulta también claro en otras pocas tendencias, más débiles, en las lenguas del mundo. Por ejemplo, términos para el acto de contar a menudo se derivan históricamente de palabras para dedos o para doblar los dedos. Esta última asociación se hace evidente, por ejemplo, en lenguas de la rama norte de la familia atabascana (Norteamérica) y en el zulú.

Se pueden hacer otras generalizaciones —no relacionadas con la base de las partes del cuerpo— en lo que respecta a las formas típicas que toman los números. No hemos discutido, por ejemplo, números muy grandes como «miles» y «millones», que también reflejan en el fondo una base decimal, ya que están basados en un 10 elevado a unas potencias concretas, incluso si tienen diferentes fuentes etimológicas cuando se comparan a números más pequeños. Estas cifras más grandes tienden a tratarse como nombres, a diferencia de las más pequeñas, que tienden a tratarse como adjetivos. Por ejemplo, puedo hablar de «cientos» o «miles» de personas, pero no puedo decir que había «sietes» u «ochos» de personas. Además, comparativamente, estos números más grandes son poco habituales en un discurso real y también son menos comunes en las lenguas alrededor del mundo. Mientras que casi todos los idiomas del planeta disponen de un sistema de números básicos,[14] a menudo no tienen los medios para expresar cantidades más allá de 100 (o 20, o algún otro múltiplo de 10 o 20). En realidad, como veremos en la siguiente sección, el techo de los términos precisos para números nativos de muchas lenguas en Australia, el Amazonas y cualquier otra parte es menor que diez.

A partir de este breve estudio, podemos sacar unas pocas conclusiones generales sobre los números en el discurso. Primero, que estos son comunes a casi todas las lenguas planetarias. Aunque solo hemos examinado una pequeña fracción de ejemplos potenciales de idiomas, los escogidos ilustran que las palabras para los números básicos son comunes en lenguas no relacionadas, incluso en regiones geográficas alejadas unas de otras. Segundo, esta discusión ha mostrado que las palabras para los números tienden a exhibir paralelismos notables en múltiples sentidos en lenguas no relacionadas, ya que la mayoría de los idiomas emplean un modelo basado en las partes del cuerpo que se hace evidente en sus bases numéricas. Tercero, la evidencia lingüística sugiere no solo que este modelo corporal ha motivado la innovación de números por todo el mundo, sino también que esta base corporal para los números se remonta históricamente tan lejos como los datos nos puedan llevar. Resulta patente en reconstrucciones de lenguas ancestrales, incluyendo el protosinotibetano, el protonigerocongolés, el protoaustranesio y el protoindoeuropeo, cuyos idiomas descendientes tienen la mayor representación en el mundo actual.

Nuestros cuerpos juegan un papel importante en nuestro patrón de pensamiento, en cómo damos sentido al mundo que nos rodea. Esta influencia física sobre la mente ha sido objeto de muchas investigaciones actuales de la ciencia cognitiva, que han estudiado cómo el cuerpo forma nuestros procesos cognitivos a través de lo que se llama *embodied cognition* (cognición encarnada o corpórea). El razonamiento cuantitativo básico es el ejemplo por excelencia de esta cognición, ya que damos sentido a las cantidades a través de nuestro cuerpo (una idea que llevaremos más lejos en el capítulo 8). Como vimos en el capítulo 1, parece que a los humanos se nos hace difícil dar sentido al paso del tiempo a menos que empleemos nuestro cuerpo, y el espacio alrededor de este, como una base metafórica concreta para pensar en su transcurrir. De manera similar, nuestro estudio de las palabras para números básicos sugiere que el modo primario con el que damos sentido a cantidades abstractas es a través de nuestros dedos, de manos y pies, aunque principalmente de los de las manos.

En cierto modo, esto puede parecer obvio, pues todos usamos nuestros dedos para contar cuando éramos pequeños (y a veces todavía lo hacemos). Aun así, creo que las bases físicas de los números son con frecuencia poco reconocidas, particularmente a la luz de la ubicuidad del modelo de las partes del cuerpo en los números hablados del mundo. Esta ubicuidad sugiere que las palabras para los números son invenciones creadas a partir de una asociación entre nuestros dedos y las cantidades que pueden representar. Como alternativa, uno podría argumentar que los números son conceptos independientes, quizás innatos en la mente humana, y que simplemente usamos nuestros dedos para etiquetar esos conceptos. Como veremos en el capítulo 5, dicha postura es difícil de mantener a la vista de las evidencias experimentales con poblaciones anuméricas. Aunque conviene señalar aquí que la naturaleza «dedocéntrica» de las palabras para los números en las lenguas debería también dar que pensar a aquellos que creen que los números son conceptos que solo esperan ser etiquetados. Resulta seguro que, si fuera el caso, no dependeríamos de nuestros dedos para etiquetarlos con tanta frecuencia y las lenguas del mundo contendrían todo tipo de bases alternativas que no implicarían su uso. La evidencia lingüística por sí sola soporta eficientemente el punto de vista de que los números son herramientas conceptuales, no solo etiquetas, creadas después de dar sentido a las cantidades con nuestros dedos.[15]

La invención de los números es un logro de la mente humana, pero esta lo consigue a través de nuestros dedos. Los datos lingüísticos, tanto históricos como actuales, sugieren que los números en culturas dispares han surgido de manera independiente, en un rango indeterminado de ocasiones, gracias al hecho de que las manos pueden servir para nombrar cantidades como 5 y 10. Los dedos pueden usarse para hacerlos corresponder con cantidades y mucha gente ha descubierto la utilidad de hacerlo, aunque estos están limitados simbólicamente y no constituyen medios abstractos completos para expresar cantidades. Por fortuna, las palabras, nuestro instrumento principal para la simbolización abstracta, pueden emplearse para denotar cantidades, pero se suelen emplear solo después de que la gente establezca una correspondencia más concreta entre los dedos y las cantidades. Entonces, nuestra invención de los números está basada en nuestros cuerpos, en los dedos que nos han permitido derivar símbolos verdaderamente abstractos para cantidades: las palabras para los números. Estos pueden aprenderse fácilmente y transferirse en y entre poblaciones, y han llegado a cubrir multitud de necesidades. Son herramientas orales y conceptuales de verdad.

OTRAS MOTIVACIONES PARA LOS GRUPOS DE CANTIDADES

A pesar del predominio global de sistemas numéricos basados, implícita o explícitamente, en los dedos humanos, los números también pueden originarse en otros factores. Además de los sistemas quinarios y decimales, hay también sistemas binarios. En el caso de los jarawara, por ejemplo, vimos cierta influencia binaria para los números más pequeños. En los sistemas numéricos tradicionales que se utilizaban en la isla de Mangareva, se empleaba un tipo de sistema binario más elaborado, como veremos en el capítulo 9. Además de los números binarios, o de base 2, que existen en algunas culturas, hay otras bases evidentes en más de una cultura, incluyendo la ternaria (base 3), cuaternaria (base 4), senaria (base 6), octonaria (base 8) y nonaria (base 9). Adicionalmente, algunas lenguas utilizan o han utilizado un sistema duodecimal (base 12) y otras uno sexagesimal (base 60). Como apuntamos en el capítulo 1, el uso antiguo de un sistema de base 60, primero por los sumerios y más tarde por los babilonios, es la razón por la que todavía dividimos las horas en minutos y los minutos en segundos.

Resulta interesante que las bases octonaria, duodecimal y sexagesimal pudieran venir también de las manos humanas, aunque de maneras menos obvias que las agrupaciones quinarias o decimales. A pesar de que las personas tienen diez dedos, no todos los métodos de conteo con los dedos que hemos observado están basados simplemente en una correspondencia entre estos y las cantidades. Hay modos de representar cantidades mediante otras regularidades de las manos. Debido en parte a dichas opciones alternativas pero menos obvias, hay sin duda variaciones entre diferentes culturas con respecto a cómo la gente cuenta con sus dedos. Por citar un ejemplo exótico, para los comerciantes indios los dedos de una mano se usan como unidades individuales, mientras que los de la otra representan múltiplos de cinco, de modo que dos dedos en una mano más tres dedos en la otra mano significarían 17 ($2 \times 1 + 3 \times 5$) y no 5.

Los espacios entre los dedos también son fáciles de contar. De hecho, el poco común sistema de base 8 (octonario) podría estar motivado por el número de espacios entre los dedos de nuestras dos manos. Si nos fijamos en el patrón de base 12, o duodecimal, hay doce líneas adyacentes en los dedos de cada mano, sin contar el pulgar, una por cada nudillo, y estas líneas pueden servir como marcas para denotar cantidades, contadas por un dedo de la otra mano (véase la figura 3.1) Además, más allá de estos potenciales motivos biológicos para la estrategia de base 12, merece la pena observar que $12 \times 5 = 60$. Dado que las estrategias de base 12 y base 5 tienen una motivación potencial clara en las manos humanas, es menos asombroso que surgiese el sistema de base 60 en la antigua Mesopotamia. Esto no sugiere de manera definitiva que una estrategia de base 60 tenga un origen manual, aunque sin duda podría tenerlo y el uso de una base que claramente es divisible entre 5, 10 y 12 parece una coincidencia improbable.[16]

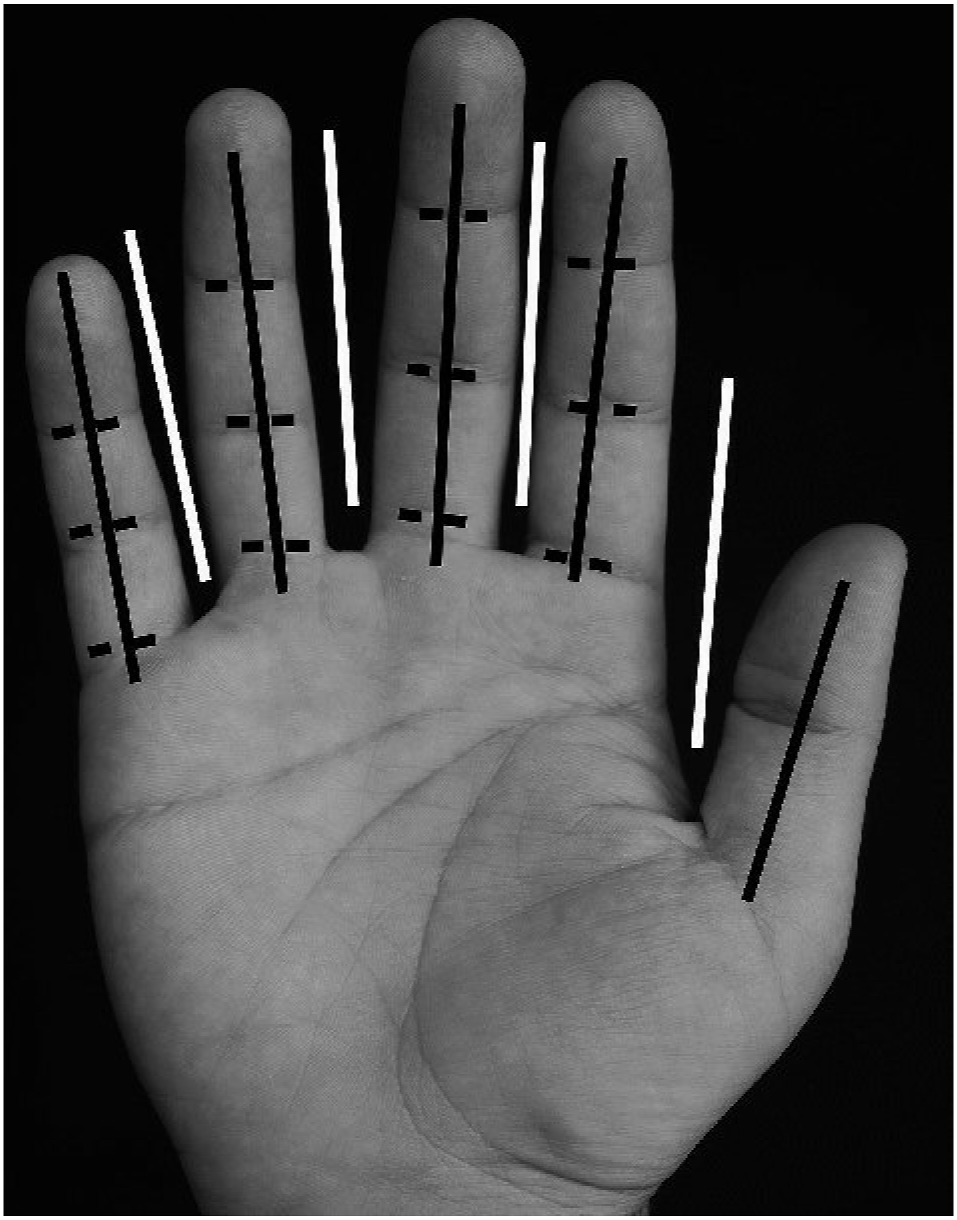

Fig. 3.1. La mayoría de los sistemas numéricos del mundo están basados en la cantidad de dedos de nuestras manos. Sin embargo, hay otras características de nuestras manos que también los han influenciado. Los cuatro huecos marcados con líneas blancas y las doce articulaciones adyacentes marcadas con líneas negras puntuadas juegan papeles menos comunes en dar forma a los números. Fotografía del autor.

No deseo atacar los casos particulares de todos estos tipos de bases numéricas menos comunes, pero es vital señalar su existencia de modo que no dé la impresión de que los seres humanos son de alguna forma requeridos, mediante algún mecanismo innato o algún otro factor, para dar sentido a cantidades a través de nuestros dedos de exactamente el mismo modo.

Además, podemos recurrir, y de hecho lo hacemos, a otros elementos en nuestro entorno, con más frecuencia a otras características de nuestra propia biología, para dar sentido a las cantidades. Los sistemas binarios podrían deberse en parte al hecho de que muchas características de la biología humana aparecen en pares; en concreto nuestras cabezas tiene un par de ojos, de orejas, de fosas nasales y de mejillas. En algunas lenguas, hay alguna evidencia débil de que la palabra para «dos» deriva de una de estas voces: por ejemplo, en karitiâna se dice *sypo*, y el término para «ojo» es *sypom*, aunque no está claro si este hecho es simplemente una coincidencia.

También existen otras estrategias de conteo basadas en el cuerpo, algunas veces idiosincrásicas. En la provincia de Sandaun (antes West Sepik), en Nueva Guinea, hay una lengua, el oksapmin, que en su momento utilizaba una estrategia de conteo donde 27 números se correspondían secuencialmente a distintas partes del cuerpo, incluyendo los dedos, los ojos y los hombros. Los puntos corporales contables empezaban con una mano, seguían con un brazo, pasaban sobre la cabeza y bajaban al otro brazo y la otra mano. Sistemas similares se han documentado en otras partes de Nueva Guinea, por ejemplo el usado entre los yupno. En su idioma, los términos de contar están asociados a los dedos de las manos y de los pies, así como a otras partes del cuerpo, dando como resultado una secuencia de 33 palabras. Como no llevan a bases numéricas regulares en el discurso, no analizaremos más a fondo dichos sistemas numéricos, aunque merece la pena señalar su existencia, ya que sugieren otros modos en los cuales la estructura del cuerpo humano motiva estrategias de conteo.[17]

Se han observado bases numéricas raras, por ejemplo, en el sistema cuaternario (base 4) de las lenguas salineras de California o en los sistemas senarios (base 6) que se encontraron en el sur de Nueva Guinea. Estos sistemas senarios han recibido bastante atención por parte de investigadores del lenguaje, que han llegado a afirmar que los números tienen una base senaria en algunas lenguas de Nueva Guinea debido a un aspecto de la cultura regional: el ñame, que juega un papel fundamental en las economías y la subsistencia de los grupos indígenas de esta parte del mundo. Resulta fascinante cómo la organización de seis por seis que se usa típicamente para agrupar y almacenar ñames parece haber motivado el sistema numérico senario empleado en la región. Esta estrategia de conteo de un objeto específico en algún punto se hizo más abstracta y se extendió a otros dominios, de modo que todos los elementos son contables mediante el sistema de base seis.[18]

Otros tipos de números también se hallan influenciados por las estrategias de conteo asociadas con objetos externos al cuerpo que juegan un papel importante en las culturas de los hablantes de algunos idiomas. Varias lenguas en Melanesia y Polinesia tienen, o han tenido alguna vez, sistemas numéricos que varían según el tipo de objeto que se está contando: en el caso de la old high fijian, por ejemplo, la palabra para 100 era *bola* cuando la gente estaba contando canoas, pero *koro* cuando estaban contando cocos. Mientras que la base numérica todavía estaba influenciada decimalmente, la especificidad de algún objeto resultaba patente. Los números polinesios se discutirán más en el capítulo 9, donde veremos que presentan alguna ventajas cognitivas.

De manera enigmática, algunos sistemas numéricos poco comunes reflejan la influencia de fenómenos culturales más esotéricos. Como ha descubierto Patience Epps, lingüista de la Universidad de Texas, algunas lenguas en el noroeste del Amazonas basan sus números en relaciones de parentesco. Esto es cierto para el dâw y el hup, dos lenguas relacionadas de la región. Los hablantes de la primera usan los dedos complementados con palabras mientras cuentan de 4 a 10; los dedos significan las cantidades de elementos que se están contando, pero las palabras se usan para denotar si la cantidad es par o impar. Si esta es par, los hablantes dicen «tiene un hermano», si es impar afirman «no tiene hermano». De manera similar, en hup la palabra para 3 tiene una traducción literal como «sin hermanos» y la palabra para 4 como «tiene hermanos, acompaña». Este sistema numérico «fraternal» aparentemente tiene su origen en el método para los matrimonios de intercambio de hermanos practicado en esta parte de América del Sur. Como los sistemas senarios surgidos del ñame en Nueva Guinea, estos números originados en relaciones demuestran que solo porque estén basados en el cuerpo en la mayoría de los casos, eso no significa que tengan que estarlo. Como ocurre con otros aspectos del lenguaje, solo podemos afirmar que esos patrones comunes, pero no universales, existen en los sistemas numéricos del mundo.[19]

SISTEMAS LIMITADOS DE NÚMEROS HABLADOS

Como los números dâw del 4 al 10 requieren el uso de los dedos junto con referencias «fraternales», no hay números orales en sentido estricto y este idioma solo tiene números léxicos de verdad para el 1, el 2 y el 3. Como el dâw, algunas otras lenguas tienen números de alcance limitado y utilizan sistemas numéricos sin base. En un estudio reciente de los sistemas numéricos limitados, se halló que más de una docena de idiomas carecen de base, y varios no tienen palabras para cantidades exactas más allá de 2 y, en algunos casos, más allá de 1. Por supuesto, representan una fracción minúscula de las lenguas del mundo, el grueso de las cuales tienen bases numéricas que reflejan el modelo de las partes del cuerpo. Además, la mayoría de los casos extremos en cuestión están restringidos geográficamente a la Amazonia. También es difícil afirmar con seguridad absoluta que nunca existieron bases en algunas de estas lenguas supuestamente sin base, ya que en algunos ejemplos los números nativos podrían haber caído en desuso debido a la adopción de un sistema numérico más productivo (recuerda nuestra explicación de los jarawara). En algunas culturas, los hablantes más jóvenes podrían no llegar a adquirir el sistema numérico nativo más antiguo y la extinción de este podría dar la impresión incorrecta de que nunca existió. Sin embargo, incluso a la luz de este factor sociolingüístico, podemos tener la seguridad de que algunas lenguas tienen números nativos limitados sin bases. En el caso de dos lenguas del Amazonas, el xilixana y el pirahã, se ha afirmado que no hay palabras para números precisas de ningún tipo. El caso del pirahã, con el que estoy familiarizado, se ve con más detalle en el capítulo 5. En el caso menos claro del xilixana, algunos artículos han sugerido que los tres números en la lengua se refieren, de modo impreciso, a «uno o un poco», «dos o un poco» y «tres o más».[20]

Algunos de los sistemas numéricos restringidos en el Amazonas permiten la referencia exacta de 1 o 2 elementos, pero solo referencias imprecisas para cantidades más grandes. Esta caracterización es cierta en la lengua mundurukú, la cual ha recibido mucha atención en una investigación psicolingüística reciente (véase el capítulo 5). Se sabe que la mayoría de las lenguas de Australia tienen de algún modo sistemas numéricos limitados y algunos lingüistas han asegurado que la mayoría carecen de términos precisos para cantidades más allá de 2. Sin embargo, esta afirmación parece haber sido exagerada, pues muchas lenguas de ese continente realmente disponen de medios nativos para describir varias cantidades de manera precisa y sus palabras para las cantidades pequeñas pueden combinarse para representar cuantías mayores mediante bases aditivas e incluso multiplicativas. Como se señala en un estudio extenso de las lenguas australianas llevado a cabo por los lingüistas Claire Bowern y Jason Zentz, los sistemas numéricos, en realidad, están a menudo limitados, aunque sin duda no pueden describirse como sistemas «uno, dos y muchos», como se ha dicho en algún momento. Tienden a ser más productivos, por ejemplo, que los sistemas numéricos de los grupos de cazadores-recolectores del Amazonas. De las casi 200 lenguas australianas consideradas en el estudio, todas tienen palabras para denotar 1 y 2; sin embargo, en alrededor de las tres cuartas partes de ella el mayor número es 3 o 4. Aun así, muchas de ellas usan una palabra para «dos» como base para otros números, mientras que varias utilizan una palabra para «cinco» y ocho alcanzan su tope con una palabra para «diez». Sin embargo, no hay lenguas que tengan, por ejemplo, el 7, el 8, el 9 o el 11 como su número más grande. Entonces, incluso en Australia, hay indicios dispersos de las bases que usan los dedos en las estrategias de creación de números. Esto es particularmente revelador, dado el aislamiento relativo de las gentes en ese continente desde su asentamiento hace más de 40.000 años. Entonces, como en otras regiones del mundo, algunas poblaciones australianas, de manera independiente, han sido innovadoras con el modelo de partes del cuerpo para representar cantidades lingüísticamente.[21]

CONCLUSIÓN

Después de que la mayoría de los investigadores del lenguaje consideraran que las diferencias lingüísticas eran relativamente superficiales —escondiendo las características universales más profundas de todas las lenguas—, un número creciente de ellos ahora considera la diversidad de las lenguas humanas existentes tan profunda que es empíricamente injustificable hablar de alguna característica significativa universal a todas las lenguas.[22] En nuestra breve incursión en los números hablados en el mundo, hemos visto que sin duda no hay universales que encontrar aquí, contraviniendo viejas expectativas de que todas las lenguas tienen palabras precisas para nombrarlos. Además, hemos visto que las lenguas varían en términos de cómo construyen los sistemas numéricos, con algunas de ellas siendo bastante limitadas en su alcance y otras, como la nuestra, potencialmente infinitas. También hemos visto que las lenguas indígenas a veces tienen más números de los que las impresiones iniciales sugieren, por ejemplo en Australia o entre los jarawara. Una documentación lingüística cuidadosa está dando lugar a una imagen más certera de los números en el mundo.

A pesar de ello, superpuestos sobre la imagen cristalizada de la diversidad numérica, hay patrones evidentes en los números hablados del mundo. Estos son sencillos: los términos para los números a menudo derivan de las palabras para manos y típicamente reflejan la agrupación de cantidades en decenas, grupos de 5 o veintenas, o alguna combinación de ellos. Estos hechos simples, visibles en lenguas antiguas y contemporáneas en todo continente habitado, sugieren que las bases numéricas son cosificaciones verbales de conceptos que nos resultan claros a través de la encarnación de cantidades. Esta encarnación es posible porque de manera natural aparecen conjuntos de elementos que salen de nosotros, literalmente en la punta de nuestros dedos, solo esperando a que los agarremos (en el capítulo 8 ofrezco una explicación más específica de cómo sucede esta acción). Nuestros dedos, separados y capaces de combinarse entre sí, nos han permitido concretizar conceptos abstractos, de los que nos dábamos cuenta de manera imperfecta, facilitando la transferencia de representaciones de cantidades a nuestras bocas y, por tanto, a las mentes de otros.[23]

4

Más allá de las palabras: otros tipos de lenguajes numéricos

Los números gobiernan nuestras frases. Incluso las palabras que estoy escribiendo ahora cuando expreso estos pensamientos pueden solo producirse y comprenderse en español con constantes referencias a la cantidad de elementos o conceptos de los que se está hablando. Permíteme rebobinar y repetir la oración, subrayando las partes de ella que hacen referencia a cantidades: incluso la**s** palabra**s** que **estoy** escribiendo ahora cuando **expreso estos** pensamiento**s** puede**n** solo producirse y comprenderse en español con constante**s** referencia**s** a la **cantidad** de elemento**s** o concepto**s** de **los** que se está hablando. Hay nada menos que trece lugares en esa sola oración en donde la gramática española me demanda distinguir el número de «cosas» a las que me estoy refiriendo. Esta oración no resulta extraña en ese aspecto, pues idiomas como el español o el inglés suelen hacer referencias generalizadas a cantidades. Muchas lenguas requieren contantes indicaciones gramaticales de las cuantías de las que se está hablando o de la multitud de gente que se ve envuelta en una interacción (lo que se pone de manifiesto con los tiempos verbales que se usan). En este capítulo espero darte una idea de cómo de importantes son estas distinciones numéricas en las lenguas del mundo. Veremos que el número gramatical es muy común y que también refleja una idea clave en relación a nuestra biología. Pero a diferencia de las palabras para los números, este dice algo sobre nuestra neurobiología en lugar de sobre nuestras manos.

Esta discusión empieza con una visión de conjunto del número gramatical, antes de ofrecer algunos hallazgos básicos sobre la neurobiología humana que parecen motivar, al menos en parte, los patrones evidentes en esta visión de conjunto. En esencia, el estudio es un viaje por los números que no son ni palabras para los números (como las discutidas en el capítulo 3) ni numerales escritos.

EL NÚMERO EN LOS SUSTANTIVOS

El lugar para empezar este viaje es el número de un sustantivo. Con este término nos referimos a las flexiones nominales para indicar la cantidad de elementos que denota. En inglés, hay palabras que varían mucho dependiendo de su número gramatical; así, si me estoy refiriendo a una persona digo *person*, si es más de una digo *people*. El número al que nos referimos en el segundo caso es aproximado: solo sabemos que hay más de una persona, pero sin ninguna precisión más allá de eso. En inglés podemos encontrar más sustantivos con plurales irregulares como pueden ser *tooth/teeth* (diente/dientes), *mouse/mice* (ratón/ ratones) u *criterion/criteria* (criterio/criterios) y otras formas que dan dolores de cabeza a los estudiantes de este idioma. Quizás les resulte más frustrantes otras formas irregulares llamadas «plurales cero», palabras que no cambian ya se refieran solo a uno o a más de uno, como, por ejemplo, *deer* (ciervo/ciervos) y *sheep* (oveja/ovejas). Otros plurales irregulares parecen menos idiosincrásicos: se dice *children* (niños), *men* (hombres) y *oxen* (bueyes), aunque las palabras con sufijo -*en* no son la forma estándar de plural y tienen una fuente histórica diferente a la más común, que en inglés consiste, simplemente, en la adición de un sonido al final de una palabra para denotar más de un elemento. Este sonido varía un poco, aunque generalmente se escribe con *s*. Echemos un vistazo a los siguientes tres pares de palabras en los cuales la segunda denota más de un elemento mediante el sufijo de plural general:

(4.1)	*cat*	*cats*
	car	*cars*
	house	*houses*

En cada caso, el sufijo -*s* significa que se está representando más de una *house* (casa), *cat* (gato) o *car* (coche). En inglés los sustantivos que no tienen ningún morfema añadido al final se asume que son singulares, mientras que los que agregan una -*s* se entiende que son plurales. Y los anglohablantes son conscientes de esto desde que comienzan a aprender su lengua. Aunque no es tan simple, incluso en un caso regular en el cual -*s* se añade a la palabra. Si no te queda claro por qué, vamos a revisar cómo leería un hablante de inglés (4.1) centrándonos en la pronunciación, y tendremos una idea de que el sufijo usado para indicar el sustantivo plural no es realmente el mismo en las tres palabras. En *cats*, la -*s* es lo que los lingüistas llaman sonido sordo, que quiere decir que tus cuerdas vocales no vibran cuando lo pronuncias. En *cars*, el sonido es sonoro y la -*s* suena como un zumbido si la mantienes, porque tus cuerdas vocales están vibrando. En *houses*, el sonido de -*s* es de nuevo sonoro, pero se introduce también una vocal antes de su pronunciación, de modo que realmente se tiene un sufijo que suena a algo como -*uhz*. No obstante, a pesar de esta alteración en el sonido, hay una unidad subyacente al morfema plural regular en inglés, como evidencia el hecho de que se escribe con una -*s* en los tres casos.

Como el inglés, muchas otras lenguas tienen medios regulares de añadir sufijos y prefijos a los sustantivos para indicar la cantidad de elementos de los que se habla. En la mayoría de los idiomas, se agregan para denotar pluralidad, es decir, que hay más de uno de los elementos representados por el nombre. Fijémonos en los equivalentes españoles de los pares de palabras del ejemplo 4.1:

(4.2)	*gato*	*gatos*
	coche	*coches*
	casa	*casas*

También en español se usa el morfema -*s* para representar pluralidad, aunque esto no significa que el número gramatical funcione del mismo modo en los dos idiomas. Por un lado, la variación en los sonidos concretos del plural inglés no existe en español. Por otro lado, las palabras adyacentes a los sustantivos en español también se cambian dependiendo de su pluralidad. Por ejemplo, si en inglés digo *my house*, en español es *mi casa*, sin embargo *my houses* es *mis casas*. En otras palabras, el pronombre posesivo *mis* también acusa la forma del plural. De modo similar, si en inglés decimos *the house* o *the houses*, el artículo *the* que precede al sustantivo no cambia; por el contrario en las traducciones al español, *la casa* y *las casas*, respectivamente, el artículo varía en concordancia con la cantidad representada por el sustantivo que lo sigue.

No obstante, el parecido con otra lengua europea podría dar la impresión incorrecta de que el sufijo *-s* para el plural es común para muchas o para la mayoría de las lenguas. Pero como los lingüistas han aprendido cada vez más durante las últimas décadas sobre las lenguas no europeas, los modos en que los sustantivos representan el número gramatical pueden variar drásticamente. También ha quedado más claro que hay muchos idiomas en los cuales los sustantivos no cambian con la cantidad de elementos a los que se refieren. Veamos las siguientes traducciones del ejemplo anterior a la lengua amazónica de los karitiâna:

(4.3)	*ombaky*	*ombaky*
	(gato)	*(gatos)*
	ambi	*ambi*
	(casa)	*(casas)*

Observa que los sustantivos *ombaky* (gato, generalmente jaguar) y *ambi* (casa) no cambian, sin importar de cuántos gatos o casas se esté hablando. Esto resulta cierto para todos los sustantivos en karitiâna, ya que el lenguaje carece de número para los nombres, con la excepción técnica de pronombres como *nosotros*.

En un estudio increíblemente extenso de 1.066 lenguas, el lingüista Matthew Dryer encontró recientemente que 98 de ellas son como el karitiâna y carecen de medios gramaticales para marcar los sustantivos como plurales. De modo que no es particularmente raro encontrar idiomas en los cuales los sustantivos no muestran pluralidad. Para los hablantes de lenguas europeas, en las cuales marcar los sustantivos como singulares o plurales es una habilidad crucial necesaria para la fluidez, podría parecer raro que alrededor del diez por ciento de las lenguas del mundo no requieran a sus hablantes hacerlo. Aunque yo diría que es más extraordinario que una mayoría abrumadora de los idiomas del mundo, alrededor del noventa por ciento de ellos, tenga medios gramaticales a través de los cuales los hablantes expresen si se están refiriendo a una o más cosas. Esta fuerte tendencia, evidente en lenguas alrededor del globo que no están para nada relacionadas, sugiere que la distinción «uno/no uno» es crucial para nosotros cuando nos comunicamos. Podemos dar por hecha esta realidad, pero no está claro *a priori* a qué se debe que esta distinción sea tan frecuente cuando hablamos. Para hacernos una idea de por qué podría ser tan predominante en el discurso, es útil examinar otras categorías del número gramatical que también existen en el mundo.[1]

En vez de simplemente separar sustantivos entre los que representan uno o más de un elemento, algunos sistemas de número gramatical también tienen otra categoría a la que los lingüistas llaman «dual». Esta se usa cuando hay exactamente dos de los elementos de los que se está hablando. Por ejemplo, en árabe el sufijo *-an* sirve para construir un dual, y hay otro distinto para los sustantivos en plural. Aunque esto puede parecer inusual a los hablantes del español, es interesante observar que el protoindoeuropeo, el antecesor del español, también parece haberlo tenido, como se evidencia en el hecho de que el griego antiguo, el sánscrito y otras lenguas descendientes del protoindoeuropeo y ahora extintas una vez usaron esa categoría dual. En la Grecia antigua, por ejemplo, *o hippo* se refiere a «el caballo», mientras que *to hippo* se refiere a «los dos caballos» y *hoy hip-poi* significa, simplemente, «los caballos».[2] En el inglés antiguo también había una categoría dual, que ha dejado huellas leves en el idioma actual. Aunque los sufijos no cambian de forma dependiendo de si se está hablando de dos o más de dos elementos, otras palabras del inglés reflejan esa distinción. Cuando se dice *either of them* (cualquiera de los dos) en oposición a *any of them* (cualquiera de ellos), se entiende que se habla de dos personas. De manera similar si se dice *both of them* (ambos) en oposición a *all of them* (todos ellos), también se aprecia que hay dos y solo dos personas. De modo que aparte de palabras para contar como «dos» o «tres», en inglés se puede expresar la distinción entre uno, dos o más de dos elementos. En lenguas como el árabe, sin embargo, la categoría dual es mucho más regular y evidente en sufijos que normalmente están unidos a los sustantivos. Otra lengua moderna con sufijos para formar el dual es el esloveno.

Algunas lenguas indígenas del continente australiano usan un marcador gramatical dual. Veamos los siguientes ejemplos de dyirbal, una lengua hablada en la península del Cabo York:

(4.4) *Bayi Burbula miyandanyu*
(Burbula se rio)

(4.5) *Bayi Burbula-gara miyandanyu*
(Burbula y otra persona se rieron)

(4.6) *Bayi Burbula-mangan miyandanyu*
(Burbula y varias personas se rieron)[3]

Estos ejemplos demuestran que el sufijo *-gara* se usa cuando se hace referencia a dos personas, mientras que *-mangan* se utiliza cuando hay más de dos personas de las que se habla. El primero es un marcador dual, técnicamente, un marcador dual asociado, ya que se usa para dar el significado, en este caso, de «Burbula y otra persona se rieron», en lugar de «dos Burbulas». Está unido a nombres propios, a diferencia del marcador de plural inglés o español. Otras lenguas australianas tienen marcadores duales que indican, de manera más directa, que hay exactamente dos del sustantivo del que se está hablando; en kayardild, la terminación *-yarrngka* sirve para esa función: por ejemplo, la palabra para «hermana» es *kularrin*, pero si uno dice *kularrinjiyarrngka*, entonces significa «dos hermanas».[4]

En lenguas que tienen una categoría dual, esta es a menudo más predominante en pronombres o restringida a pronombres (recuerda de tus clases de gramática que los pronombres son sustitutos de otros nombres, usados principalmente para referirse a la gente que está hablando o de la que se está hablando). Veamos los siguientes pronombres del alto sorabo, una lengua hablada en una pequeña región del este de Alemania:

(4.7) *ja* *ty*

	(yo)	(tu)
(4.8)	*mój*	*wój*
	(nosotros dos)	(vosotros dos)
(4.9)	*my*	*wy*
	(nosotros)	(vosotros)[5]

Los dos pronombres en (4.7) son singulares, se refieren a la primera y la segunda persona, respectivamente. Los dos en (4.9) son plurales, de nuevo se refieren a la primera y la segunda persona. El ejemplo de en medio, (4.8), contiene pronombres que no pueden traducirse al español sin usar la palabra «dos», pero no se necesita ningún número en el alto sorabo. Esto es porque ambos pronombres son pronombres duales. Aunque son menos comunes que las flexiones plurales, las flexiones duales perviven con claridad en idiomas contemporáneos y también son conocidas por haber existido en lenguas antiguas.

Algunos idiomas tienen lo que los lingüistas llaman flexiones triales, las cuales se usan cuando hay exactamente tres de los elementos a los que se hace referencia. Sin embargo la categoría trial está aparentemente restringida a un pequeño subconjunto de las lenguas del mundo, más específicamente a algunas austronesias. Observa la siguiente oración en moluqueño:

(4.10)	*Duma*	*hima*	*aridu*	*na'a*
	(casa	esa	nosotros tres	tenemos)
	«Nosotros tres tenemos esa casa».[6]			

La palabra *aridu* en esta oración se refiere exactamente a tres personas, es, por tanto, un pronombre trial.

La lista de categorías de número para los sustantivos acaba aquí, pues no hay casos claros en las lenguas del mundo de, por ejemplo, un número gramatical «cuadrial».[7] La única categoría importante que no he mencionado es la «paucal». Este tipo de número gramatical es también poco común, pero se utiliza en algunas lenguas austronesias para referirse de modo poco preciso a unos pocos o a más referentes. El número paucal lo usan por ejemplo, los hablantes del boumaa fiyiano, una comunidad de alrededor de sesenta personas. Si un habitante de ese poblado se está comunicando con unos pocos o incluso algo más de una docena de otras personas usará el pronombre paucal de la segunda persona, *dou*. Por el contrario, si se está comunicando con el poblado entero, usará el de la segunda persona del plural, *omunuu*.[8]

Además de variar en términos de su función, la categoría de número gramatical puede también hacerlo ampliamente en términos de forma, como hemos visto en (4.1), (4.2) y (4.6), la forma del sufijo plural es bastante diferente en dyirbal que, por ejemplo, en inglés o español. Aunque en las tres lenguas el marcador del plural se agrega en la misma posición, al final del sustantivo. Esto no es una coincidencia: la sufijación es, con diferencia, la forma más común en la que el número de los sustantivos aparece reflejado en las lenguas del mundo. La prefijación tampoco es demasiado rara y aparece en más de un diez por ciento de las 1.066 lenguas en el ya mencionado estudio del número gramatical mundial. Aquí hay un ejemplo de número como prefijo en un sustantivo en la lengua suajili:

(4.11)	*ji-no*	*me-no*
	(diente)	(dientes)[9]

El número de los sustantivos podría adquirir formas más exóticas además de los marcadores que son simplemente agregados al principio o al final de un nombre. En algunos casos exóticos, la gramática añade un marcador de plural en el medio de una palabra, mediante un proceso conocido como interfijación. Veamos el siguiente par de palabras del tuwali ifugao, un lenguaje nativo de Filipinas:

(4.12)	*babai*	*binabai*
	(mujer)	(mujeres)[10]

Observa que el marcador interfijo *-in-* se añade en el medio de *babai* para hacer el plural.

Los lingüistas llaman «reduplicación» a otro método exótico usado en algunas lenguas para pluralizar un sustantivo. Se produce cuando una o más sílabas de una palabra se repiten para indicar que un sustantivo dado se refiere a más de un elemento. El tuwali ifugao también utiliza la reduplicación, como en el siguiente ejemplo, en el cual la primera sílaba de una palabra se reduplica para formar el plural:

(4.13)	*tagu*	*tatagu*
	(persona)	(personas)[11]

Y la lista de trucos que la gramática usa para convertir sustantivos que están en singular en sustantivos en plural no se detiene aquí. En el caso del supletismo, por ejemplo, se usa una palabra completamente diferente para expresar la versión plural de un nombre en singular. La palabra para «mujer» en árabe moderno es *mar'ah*, mientras que la palabra para «mujeres» es *nisa*. En la lengua endo de Kenia, la palabra para «cabra» es *aráan*, mientras que la palabra para «cabras» es *no*. Los plurales supletivos son difíciles de aprender, ya que el par singular/plural debe memorizarse. Otros sistemas de número gramatical son todavía más onerosos de adquirir. El latín, el ruso y otras cuantas lenguas usan sufijos de número completamente diferentes dependiendo del caso del nombre, por ejemplo, si este cumple la función de sujeto o de objeto en una oración.

Podemos sacar unas pocas conclusiones de este breve análisis del número gramatical en los sustantivos alrededor del mundo. Primero, como vimos en los párrafos precedentes, el número de los sustantivos puede variar ampliamente en su forma. En la mayoría de las lenguas aparece como sufijo, en algunas otras lo hace como prefijo y, en unas pocas, a través de formas más exóticas como la reduplicación. También hemos observado que algunas lenguas, como el karitiâna, no usan un número en los sustantivos. A pesar de los muchos tipos de número para los nombres, las lenguas del planeta también exhiben algunas tendencias claras en lo que se refiere a la función de este fenómeno gramatical. La mayoría tienen las categorías singular y plural; otras disponen de singular, dual y plural; y, finalmente, unas pocas poseen también flexiones triales. Aunque es un aspecto clave, ningún idioma en el mundo tiene medios gramaticales para referirse de manera precisa a 4, a 5, a 6 o a cualquier otra cantidad mayor: para ello deben pronunciar los números que hacen referencia a dichas cantidades. Claramente las gramáticas del mundo tienen a distinguir entre 1, 2 y 3 de manera precisa, y todas las otras cantidades, de manera aproximada. Como veremos más abajo, hay unas bases neurobiológicas para esta atracción gravitacional.[12]

EL NÚMERO EN OTRO TIPO DE PALABRAS

Mientras que el número gramatical suele ser evidente en los sustantivos, ya que habitualmente indica la cantidad de personas u otras entidades de las que se está hablando, las lenguas también pueden cambiar otras partes de la oración, dependiendo de las cuantías que se están discutiendo. Resulta común que los idiomas requieran de algún cambio en el verbo según cuántos elementos conformen el sujeto de la oración. Este patrón es familiar para los hablantes del inglés y de otras lenguas europeas. Veamos los dos siguientes pares de oraciones en inglés:

(4.14)	*The car is fast*	*The cars are fast*
	(El coche es rápido)	(Los coches son rápidos)
(4.15)	*He runs slowly*	*They run slowly*
	(Él corre lentamente)	(Ellos corren lentamente)

En el primer par, observamos que el verbo inglés *be* (ser) pasa de *is* a *are*, dependiendo de si el sujeto es singular o plural. Los lingüistas dicen que este cambio verbal debe mostrar concordancia con el número gramatical del sujeto. En el segundo par de oraciones, vemos que se añade el sufijo -*s* al verbo cuando el sujeto es singular y que carece de él cuando es plural. Por supuesto, en este ejemplo, el sufijo también expresa información sobre cuándo sucede la acción de estar corriendo (puesto que en inglés solo se añadiría este sufijo en el presente). De hecho, los sufijos del verbo a menudo mezclan número gramatical con alguna otra categoría, como el tiempo. Las lenguas son enrevesadas.

Fijémonos en dos pares más de oraciones, esta vez en español, para ilustrar el número gramatical a través de la concordancia verbal:

(4.16)	*Ella fue ayer*	*Ellas fueron ayer*
(4.17)	*Marta jugó al fútbol*	*Las mujeres jugaron al fútbol*

El verbo *fue* cambia a *fueron* en (4.16), dependiendo de cuánta gente fue el día anterior. En (4.17) el sufijo en el verbo *jugar* se cambia en concordancia con si hay una o más de una persona que está jugando. Las oraciones (4.14-4.17) reflejan una estrategia usada comúnmente por las lenguas del mundo, donde el verbo cambia de algún modo cuando un nombre plural es el sujeto de la oración. En algunos idiomas esta estrategia se modifica y el verbo «está en concordancia» con un objeto en lugar del sujeto. Esto resulta evidente en la aislada lengua europea vasca, que se denomina así porque no está relacionada con ninguna otra conocida.

(4.18)	*Nik*	*luburuak*	*irakurri*	*di-tut*
	(Yo	libros	leído	3.ª persona del plural de haber)
	«He leído los libros».[13]			

En este caso, el verbo auxiliar *tut* (haber) lleva el prefijo *di-* que implica que se está hablando de más de un libro, en oposición a más de una persona haciendo la lectura.

Ya hemos obtenido una muestra de que el número gramatical es ubicuo en las lenguas del mundo, pero también de que toma muchas formas diferentes. Puede denotarse simplemente con un sufijo plural añadido a un nombre o con un pronombre dual usado para referirse a dos personas, o con un prefijo añadido a un verbo que está en concordancia con el número de un sustantivo en algún lugar de la oración, o con otros cambios en sustantivos y verbos.

Y las lenguas no se detienen aquí. Observemos los artículos indefinidos en inglés: se dice *a car* (un coche) y *a computer* (un ordenador), pero es claramente un error gramatical decir **a cars* (*un coches) o **a computers* (*un ordenadores). Mientras el artículo indefinido inglés *a* no es una palabra para un número, obviamente expresa alguna información cuantitativa. Muchas otras lenguas comparten esta característica y los hablantes usan diferentes artículos en concordancia con la cantidad de referentes dados. En alemán, por ejemplo, podría decir *das Auto* para «el coche», pero debo cambiar el artículo definido a *die* si el nombre se da en plural, *Autos*. También se observa en los demostrativos en español como *esto* y *eso*, que indican una entidad particular cuando se nombran, a la vez que también comunican algo de cómo de cerca está el objeto de la persona que habla. Puedo decir «*este bolígrafo aquí*» o «*ese bolígrafo allí*», pero si estoy hablando de más de un bolígrafo, aquí o allí, necesito cambiar los demostrativos: «*estos bolígrafos aquí*» y «*esos bolígrafos allí*».

Algunas lenguas tienen palabras con un aspecto y una función vagamente similares a la de los demostrativos; los lingüistas se refieren a ellas como «clasificadores». Los clasificadores son palabras o partes de palabras que categorizan sustantivos que aparecen al lado de ellos. No categorizan nombres según la distancia, como los demostrativos, sino que normalmente tipifican alguna característica especificativa o la función del elemento al que se refiere el sustantivo. Es interesante que los clasificadores a menudo se añadan a las palabras para los números cuando se cuentan las cosas. Observa los siguientes ejemplos del yagua, una lengua indígena del noroeste del Amazonas:

(4.19)	*tï-kï ï*	*varturu*
	(uno-clasificador	mujer [casada])
	«Una mujer casada».	
(4.20)	*tïn-see*	*vaada*
	(uno-clasificador	huevo)
	«Un huevo».[14]	

El sufijo clasificador añadido al número «uno» varía dependiendo de si se habla de una persona o de un huevo. Muchas lenguas tienen clasificadores que surgen al contar, incluyendo dos de las más habladas en el mundo: el mandarín y el japonés. En algunos idiomas mayas, los sustantivos están agrupados en docenas de categorías que resultan evidentes cuando se cuenta. El español tiene algunas huellas de un sistema clasificador, pues con los conocidos como sustantivos incontables, como «arena», «basura» y «barro», debemos categorizar su forma. No podemos decir «treinta barros», «treinta basuras» o «treinta arenas», necesitamos añadir palabras como «puñados de», «montones de» y «granos de», respectivamente, además de cambiar los nombres a su forma singular, para hacer que las frases tengan sentido gramatical. Por el contrario, los sustantivos contables, como «coche», «bolígrafo» y «libro» no necesitan esa ayuda. «Treinta coches» tiene sentido totalmente; «treinta puñados de coche» no tanto.

Claramente las gramáticas tienen innumerables modos de distinguir las cantidades del elemento al que se refieren cuando se habla, pero observa que todos estos modos, incluyendo fenómenos gramaticales como el número del verbo en concordancia y los artículos definidos, se dedican a separar pequeñas cantidades, en concreto 1 y, a lo sumo 2 y 3, de otras. El número gramatical solo es aproximado cuando nos referimos a cantidades más grandes. Esta tendencia a la aproximación es también evidente en las palabras reales para cantidades. En el capítulo 3 nos centramos en las voces para cantidades exactas, pero merece la pena señalar aquí que las lenguas también tienen términos que actúan más o menos como números. En español hay palabras como «un poco», «una pareja», «muchos», «varios», etcétera, que probablemente existen en todas las lenguas, así que los posibles ejemplos son bastante ilimitados. Por ejemplo, el maya yucateco tiene palabras como *yá’ab’*, que quiere decir «mucho» o «muchos».[15] Es sorprendente que algunos idiomas puedan depender en exclusiva o casi en exclusiva de estas palabras aproximadas para los números cuando están describiendo cantidades. Consideraremos dichas lenguas en el capítulo 5, cuando hablemos sobre la gente anumérica.

Pueden usarse otras palabras que no son precisas numéricamente para indicar que se está hablando de más de un elemento específico, de modo que si me estoy refiriendo a un grupo de muchos animales con pezuñas, puedo usar «rebaño». Si estoy hablando de un grupo similar en número de animales acuáticos, puedo referirme a «un banco de peces» o quizás a «una manada de delfines». Hay docenas de voces de este estilo para grupos de animales; en inglés algunas pueden llegar a ser muy precisas, por ejemplo *gaggle* se refiere a un grupo de gansos que no están volando, si están volando; el término más apropiado es *skein*, al menos si uno se preocupa de este tipo de cosas un poco pedantes. Si en lugar de gansos se habla de patos, la palabra sería *flock*. Muchos hablantes ingleses no son conscientes de dichas distinciones, y es comprensible dada su limitada utilidad. Aunque aun así las distinciones están disponibles, dando a entender otro modo en el cual las lenguas enfatizan la diferencia entre uno y más de uno.

Esta distinción también surge en variaciones poco convencionales en los verbos. Por ejemplo, si observo un elefante moverse rápidamente diría que «está corriendo». Si hay una gran cantidad de elefantes moviéndose de la misma manera, diría que hay «una estampida». Este cambio se debe al número de elefantes, por supuesto, no el número de veces que un elefante dado corrió. Resulta misterioso que algunas lenguas usen diferencias en el uso de verbos para referirse al número de veces que ha ocurrido un suceso, en lugar del número de entidades involucradas en él. Este fenómeno de pluralización es evidente en la lengua chádica hausa del Sahel africano. Por ejemplo, en esta lengua, el verbo *aikee* significa «enviar», así como *a’’aikee*. El prefijo *a’’*- en la segunda versión del verbo significa que algo se envió una y otra vez. De modo que el verbo cambia según el número de veces del envío, no el número de personas enviando o a las que se envía algo, ni el número de objetos que se están enviando.

El lenguaje amazónico karitiâna tiene verbos especiales cuyo significado implica que múltiples elementos están involucrados en un suceso. Esto es de algún modo sorprendente ya que, como mencioné con anterioridad en este capítulo, los karitiâna no disponen de número para los sustantivos (aparte de las distinciones de los pronombres). Lo que sí poseen son unos pocos verbos que tienen un aspecto de plural inherente. Por ejemplo, el verbo *ymbykyt* significa «llegar varias personas», el verbo *piit* significa «coger un puñado de cosas», este verbo se usa sin importar cuántas personas realizan la acción. Otros verbos plurales se usan cuando se describen acciones como «correr», «ir» y «volar». En un breve estudio llevado a cabo con dos docenas de hablantes del karitiâna, encontré evidencias de que el uso de verbos plurales distintos impacta en cómo los hablantes piensan ciertas acciones, en contraste a los hablantes de lenguas como el inglés, que no tienen dichas alteraciones.[16]

A menudo se cree que el número gramatical es una simple distinción entre sustantivos en singular y en plural. Hemos visto que es más que eso. El número gramatical es casi omnipresente en las lenguas del mundo, pero es una bestia mutante. De hecho, en muchas no toma la forma de sufijo refiriéndose a distinciones cuantitativas. A veces estas distinciones no son tan simples como «uno» frente a «muchos». Las distinciones pueden desmontar la línea numérica en piezas más específicas como «uno» frente a «dos» frente a «muchos». Además, hemos visto que el número gramatical no surge solo en los sustantivos, los verbos también indican la cantidad de elementos de los que se está hablando o pueden reflejar la cantidad de acciones que se está describiendo. Otras palabras, como los artículos y clasificadores, también evidencian la tendencia humana a hacer referencia a cantidades, incluso aquellas que podrían parecer totalmente irrelevantes para una conversación en particular. Las lenguas no solo reflejan esta inclinación, sino que también refuerzan nuestra fijación numérica sobre la necesidad de hacer referencias continuas a cantidades.

A pesar de la naturaleza variada del número gramatical, también hemos visto algunas tendencias notables con respecto a este fenómeno en las gramáticas de las lenguas del planeta. Primero, la gran mayoría de idiomas tiene número gramatical: esta es una de las características más predominantes en el paisaje de las gramáticas del mundo, que es cada vez más reconocido como espectacularmente diverso. Segundo, e igual de importante, mientras las estrategias de número gramatical toman formas dispares en los diferentes idiomas, sus funciones son, de manera increíble, similares. Y más importante, las gramáticas tienden a agrupar cantidades en una de estas dos categorías: 1 o todo excepto 1. En los casos donde recurren a categorías más matizadas, son todavía notablemente restringidas. Las gramáticas se refieren, como máximo, a tres cantidades exactas: 1, 2 y 3. Ninguna lengua tiene, por ejemplo, sufijos que se refieren exactamente a 5 o a 10, a pesar del predominio de los patrones quinarios y decimales en las palabras para números. Dado el rango de significados esotéricos a los que hacen referencia todo tipo de prefijos y sufijos en las lenguas del mundo, el rango limitado de cantidades a las que se refiere el número gramatical es realmente bastante extraordinario. Todo esto genera la pregunta obvia: ¿por qué las gramáticas humanas están tan centradas en cantidades, pero solo de una manera difusa, a menos que las cantidades sean 1, 2 o 3? Si queremos ser precisos cuando nos referimos a cuantías mayores que 3, necesitamos usar palabras para los números en lugar del número gramatical. Es casi como si distinguir cantidades más grandes de manera precisa no nos saliese de manera natural, pero distinguir entre 1, 2 y 3 sí. Y esto resulta ser cierto. Para descubrir por qué ciertas distinciones cuantitativas son más naturales para nosotros, necesitamos echar un vistazo a las herramientas cerebrales que usamos para entender las cantidades.

LAS BASES NEUROBIOLÓGICAS DEL NÚMERO GRAMATICAL

El surco intraparietal (SIP) es una de las muchas hendiduras del cerebro humano. Discurre horizontalmente, en el lóbulo parietal, desde la parte central del córtex hacia la parte posterior. El SIP es un hervidero de pensamiento matemático, un aspecto que exploraremos más en el capítulo 8. Una de las cosas más notables que ocurren relacionadas con el pensamiento numérico es que parte de él es primitivo tanto ontogenética como filogenéticamente. En otras palabras, parte de ese pensamiento se da muy pronto en nuestro desarrollo individual (ontogenia) y también parecer ser antiguo en nuestra especie y en las relacionadas (filogenia). De algún modo, los humanos y otros animales relacionados con ellos están programados para el pensamiento numérico.

De «algún» modo. Y ese «algún» constituye uno de los aspectos clave enfatizados en este libro: las herramientas numéricas que nuestro cerebro nos ofrece, excepto la cultura, son bastante romas, pero realmente existen. Una de las características distintivas del proceso numérico nativo que tiene lugar en el SIP, gobernado por nuestra neurobiología innata más que por una convención cultural, parece motivar los patrones gramaticales evidentes en las secciones anteriores. Porque resulta que los humanos están de manera innata predispuestos a diferenciar cantidades pequeñas, en concreto, 1, 2 y 3: las distinguen entre ellas y también de cantidades más grandes. Por ejemplo, distinguir 1 de cualquier otra cantidad nos sale de manera natural.

Un amplio cuerpo de literatura científica en psicología cognitiva, neurociencia y campos relacionados ha demostrado que los humanos son capaces de diferenciar con rapidez pequeñas cantidades de objetos antes de cualquier tipo de entrenamiento matemático (este aspecto resulta más claro en la discusión de la cognición infantil en el capítulo 6). Esta habilidad de monitorización de objetos es posible por características neurobiológicas básicas como el SIP. La habilidad nos permite discriminar exacta y velozmente conjuntos de 1, 2 y 3 elementos. Sin embargo, cuando pasamos a cantidades mayores, nuestros mecanismos neuronales innatos solo nos ofrecen medios difusos de diferenciación cuantitativa. Veamos el siguiente caso dramático como una ilustración de cómo de potente es nuestra diferenciación natural de pequeñas cantidades. Digamos que estás caminando por un callejón en Nueva York y ves a un pequeño grupo de criminales vestidos de incógnito sobre alguien a quien acaban de atacar. Incluso si tienes solo un segundo o menos para procesar visualmente la escena, si hay tres o menos atacantes, reconocerás de manera inmediata cuántos criminales estaban presentes. Si más tarde eres interrogado por agentes de policía, podrás decir con seguridad cuántos asaltantes viste, asumiendo que fuesen visualmente distinguibles. Por el contrario, supón que caminas por el mismo callejón pero esta vez ves seis criminales sobre alguien. Si solo tienes un instante para procesar la escena antes de que ellos —o tú— se dispersen, ¿serías capaz de decir con precisión y seguridad cuántos asaltantes había? No. Cuando se pide a una persona que indique una cantidad de elementos que excede de 3 percibida solo un instante, como las personas de la escena anterior, solo logra aproximarse.

Para cantidades mayores que 3, somos mejores distinguiendo conjuntos que se diferencian de manera notable. Si los policías te preguntan si había 6 o 7 asaltantes, tú podrías dar una respuesta errónea, ya que la distancia entre estos dos números no es mucha. Sin embargo, si resulta que los agentes saben que o bien era una banda de 6 o una banda de 12 asaltantes y te dan a elegir entre 6 y 12, escogerás la respuesta correcta, porque 12 es un cien por cien mayor que 6. Para ser precisos, cuando percibimos cantidades como 6 necesitamos contar los elementos en cuestión. Un informe policial basado en tu declaración como testigo ocular sería bastante acertado en el primer escenario del callejón, pero en el segundo tu testimonio sería poco fiable. Quizás sí viste seis atacantes, pero reconsiderándolo, quizás fuesen siete o cinco, o quizás, solo quizás, fuesen ocho. Si no tuviste la oportunidad de contarlos, de usar estos símbolos verbales para cantidades que llamamos números, tu explicación no sería de fiar. El mecanismo genéticamente innato del SIP y otras regiones corticales son solo capaces de distinguir exactamente cantidades pequeñas, como hacen evidentes estudios experimentales y de imagen cerebral.

En cierto modo, este aspecto puede parecer obvio: por supuesto, es más fácil distinguir cantidades más pequeñas. Pero la afirmación aquí, basada en estudios exhaustivos hechos por muchos investigadores, no es simplemente esa. Los seres humanos no somos solo un poco mejores distinguiendo cantidades pequeñas, y nuestra imprecisión matemática no solo se incrementa gradualmente en concordancia con el número de elementos que se perciben. En su lugar, hay una brecha clara entre cómo pensamos en 1, 2 y 3 cuando se contrasta con todas las otras cantidades. Expresándolo de otro modo, desde que nacemos estamos predispuestos a pensar en estas cuantías de manera exacta y en todas las otras de manera aproximada. Como señala el famoso psicólogo Stanislas Dehaene, tenemos un «sentido numérico» que nos ayuda a reconocer de manera exacta algunas cantidades. Más exactamente nuestro cerebro, en concreto el mencionado SIP, alberga dos sentidos numéricos: uno exacto y otro aproximado. En realidad, el primero es una capacidad de localización de objetos, al que a menudo nos referimos como sistema de «procesamiento paralelo», de modo que hace más que permitirnos pensar de forma cuantitativa. Una de sus características es que nos permite reconocer de manera precisa un conjunto de cantidades pequeñas, como un grupo de 1, 2 o 3 atacantes. Por esta razón, me refiero a él como un sentido numérico exacto, un término que sirve como un contraste útil nemotécnicamente frente a un sentido numérico aproximado. Este último nos permite estimar el valor de cantidades más grandes, como un grupo de 5 a 7 atacantes. Estos dos sentidos, discutidos con más profundidad en capítulos futuros, son los pilares del razonamiento cuantitativo definido asociado con nuestra especie. Pero no nos acercan a la explicación del pensamiento matemático en su totalidad.[17]

Este trasfondo en nuestra neurobiología básica arroja nueva luz, o eso parece, en la discusión que hemos estado teniendo sobre el número gramatical. Primero, la neurobiología numérica innata de nuestra especie probablemente motiva uno de los hallazgos clave de nuestro estudio: el número gramatical está por todas partes. Se ha encontrado en la mayoría de lenguas y, en las que existe, generalmente tiene efectos notorios en cómo la gente produce oraciones y palabras individuales. Puede surgir en sustantivos, verbos, artículos, clasificadores y otros tipos de términos. Segundo, cuando el número gramatical se refiere a cantidades específicas, estas están muy restringidas. El número gramatical tiende a distinguir 1 de otras cantidades, pero se puede hacer referencia específica también a 2 y 3. Tercero, el número gramatical a menudo hace referencia a cantidades grandes, pero siempre de manera aproximada.

En el capítulo 3 vimos que la mayor parte de los sistemas numéricos están motivados por la biología humana. En la gran mayoría de los idiomas, los números muestran conexiones históricas claras con los dedos y las manos. Los hallazgos discutidos en este capítulo demuestran que el número gramatical también tiene características comunes en todas las lenguas del mundo. Sin embargo, estas características comunes no se deben a diferenciaciones de los apéndices humanos, sino que aparentemente surgen de rasgos del cerebro humano. Nuestra gramática se refiere a conceptos numéricos que —no es coincidencia— son filtrados por nuestro cerebro, en concreto por el SIP, de manera natural y fácil.

Si las motivaciones sugeridas para las palabras para números y el número gramatical son precisas, podríamos esperar que los términos numéricos para pequeñas cantidades difiriesen de algún modo cuando se comparan a las voces de cantidades mayores. En general, esta predicción se apoya en evidencias lingüísticas: las palabras para cantidades como 1, 2 o 3 tienden a tener fuentes que se han perdido con el tiempo y un origen que es claramente distinto de números más grandes en la misma lengua. A diferencia de números para cantidades como 5 o 10, los humanos no suelen nombrar las cantidades más bajas haciendo referencia a partes del cuerpo (aunque como la mayoría de las generalizaciones sobre lenguajes humanos, hay algunas raras excepciones). Y no lo necesitamos; de manera sencilla podemos dar sentido a dichas cantidades con nuestras mentes, sin necesitar un agente físico que nos ayude a digerir las cantidades. No requerimos hacer referencia a cantidades que sean iguales en el mundo fuera de nuestra mente para inventar palabras para 1, 2 o 3.

Números más pequeños difieren de los más grandes de otra manera crucial, una que también apoya la sugerencia de que están basados de forma directa en conceptos innatos. Investigadores como el ya mencionado psicólogo Stanislas Dehaene han señalado que los números pequeños se usan con mucha más frecuencia que el resto. De hecho, en el lenguaje escrito, los numerales 1, 2 y 3 son dos veces más habituales que todos los otros. Gran parte de la razón para esta frecuencia es que dichos números son más fáciles de conceptualizar de manera exacta y rápida. No es el caso, por ejemplo, de que la naturaleza presente las cosas con más frecuencia en paquetes de 1, 2 o 3, al menos no a un nivel evidente en el lenguaje. Además, la frecuencia de números escritos y hablados, en todas las lenguas en las cuales se ha estudiado este fenómeno, no disminuye de manera regular a medida que el número crece. En su lugar, tiende a ser un escalón pronunciado en la frecuencia de aparición del numeral 4, cuando lo comparamos con el numeral 3. Además, en las lenguas decimales, los números como 10 y 20 también son muy frecuentes, mucho más que otros números grandes. Esto sugiere que la mayor frecuencia de algunos números en el discurso y en los textos no es debida a que algunas cantidades son simplemente más comunes en el mundo que nos rodea, sino a que nuestro cerebro y nuestro cuerpo procesan algunos números con más facilidad.[18]

La destreza con la cual los seres humanos reconocemos cantidades pequeñas se refleja en los patrones que hemos descrito con relación al número gramatical. Pero es también evidente en la frecuencia con la cual se usan números más pequeños, en los orígenes poco claros de estos y de los números ordinales, hecho que merece una mención. Los números ordinales indican la posición de algún elemento o suceso en una secuencia. Puedo decir, por ejemplo, que «Alemania es el tercer país en ganar la Copa del Mundo por cuarta vez». Y, al escribir esa sentencia ejemplificando los números ordinales, he ilustrado otro modo en el cual las lenguas distinguen las cantidades 1, 2 y 3 de otras. Observa la lista de los números ordinales en inglés: *first, second, third, fourth, fifth, sixth, seventh, eighth, ninth, tenth, eleventh, twelfth*, etcétera. Fíjate en cómo las tres primeras palabras de este conjunto tienen finales irregulares, mientras que todos los ordinales restantes acaban en *-th*. De nuevo, vemos que a los números asociados con cantidades más bajas se les da un carácter lingüístico especial, reflejando indirectamente su estatus único en nuestros cerebros.

Como ejemplo final del modo en el que los números más pequeños son tratados de manera distinta en el lenguaje humano, hablemos de los numerales romanos. Estos evolucionaron a partir de un sistema de conteo basado en marcas lineales. En los numerales romanos, las cantidades más pequeñas se representaban simplemente mediante líneas: I (1), II (2) y III (3). Aunque cantidades más grandes se tratan de manera diferente, ya que a diferencia de las tres líneas, las series más grandes son cognitivamente difíciles de manejar: VI es más fácil de distinguir que IIIIII. La última serie de líneas es difícil de cuantificar de manera precisa, en contraste con I, II o III, que pueden ser identificados de manera inmediata. Esta diferenciación fácil del 1, 2 y 3 es incluso evidente en la representación del 4 en los numerales romanos: IV. Las cantidades más pequeñas, en concreto, 1, 2 y 3, son tratadas de manera distinta y más directa cuando se comparan con todas las demás.[19]

Los símbolos sencillos para cantidades más pequeñas en los numerales romanos constituyen tan solo otro ejemplo de los patrones observados por todo el mundo en los sistemas de número gramatical y en las palabras para cuantías pequeñas. La neurofisiología humana nos permite, de manera natural, pensar y hablar sobre cantidades más pequeñas. Las explicaciones alternativas de los patrones en cuestión resultan problemáticas, pues no existen evidencias convincentes para, por ejemplo, afirmar que las cantidades pequeñas sean de algún modo más predominantes en los entornos naturales de los humanos. Sin embargo, hay pruebas de que nuestros sentidos numéricos innatos nos hacen mejores distinguiendo las cantidades más pequeñas.

Analizando las lenguas del mundo, uno tiene la sensación de la diversidad exuberante del número gramatical. Esta impresión no es totalmente errónea, ya que aparece de distintas formas, pero una inspección más cuidadosa revela algunos aspectos comunes en las funciones para las que sirve. Estos rasgos compartidos puede que se deban a nuestra neurobiología básica, de modo parecido a como también se deben a esta los patrones comunes en las palabras para los números de las diferentes lenguas del mundo.

CONCLUSIÓN

Cuando todavía no tenía dos años, mi hijo estaba sentado en el asiento trasero de nuestro coche, mientras pasábamos sobre el Rickenbacker Causeway, un puente que conecta la isla de Virginia Key con la ciudad de Miami, dividiendo la turquesa bahía Vizcaína. A medida que nuestro automóvil avanzaba, mi hijo miró por la ventanilla a su derecha, admirado por el océano que se extendía hasta el horizonte, y gritó: «¡Agua!». Cuando volvió su cabeza a la izquierda, centrado en la porción de la bahía que se extendía por la costa de la ciudad, se asombró por la existencia de otro cuerpo de agua aparentemente separado y exclamó: «¡Dos aguas!». Dos aguas. ¿Por qué no? Para un niño que todavía no ha adquirido la distinción entre sustantivos contables e incontables, dicha expresión tienen perfecto sentido. Pero la vivaz declaración de mi hijo resulta reveladora en un sentido más fundamental. Desde una edad realmente temprana, a menudo antes de los dos años, los hablantes de la mayoría de las lenguas se dan cuenta de que deben expresar los sustantivos en plural si esos sustantivos se refieren a más de un elemento. Los niños son claramente capaces de aprender esta distinción desde muy jóvenes. Las lenguas dan mucha importancia al número gramatical, una importancia que nuestro cerebro gestiona hábilmente, porque estamos predispuestos para ello. Esta predisposición probablemente motiva la omnipresencia en el mundo del número gramatical.

La ubicuidad del número gramatical es increíble, en particular dado nuestro conocimiento creciente de la diversidad del discurso humano. En las décadas pasadas, a medida que los lingüistas se aventuraban en los rincones remotos del mundo y mientras documentaban lenguas sin relación, aprendimos que las lenguas pueden ser tremendamente dispares. Muchos de ellos consideran ahora que la diversidad idiomática es la característica más notable de la comunicación humana. Algunas lenguas carecen de tiempo, otras no hacen distinciones entre colores como el rojo y el amarillo, otras no tienen sujetos gramaticales, algunas poseen tan solo diez sonidos significativos mientras que otras tienen más de un centenar, etcétera. Las lenguas son radicalmente diversas y algunos de sus investigadores ahora creen que esta pluralidad refleja, en una pequeña parte, su capacidad para adaptarse de forma gradual a diferentes entornos. Mi propia investigación con colegas sugiere que algunos aspectos de los sistemas sonoros lingüísticos evolucionaron de modos que están influenciados sutilmente por factores ambientales, como una aridez extrema.[20]

A pesar de esa adaptabilidad y esa diversidad notables, hay tendencias muy evidentes de cómo las lenguas del mundo tratan las cantidades. Hemos visto en este capítulo que el número gramatical existe en la gran mayoría de los idiomas. Las gramáticas están obsesionadas con el número y su obcecación a menudo se centra en diferenciar de manera precisa unas pocas cantidades pequeñas de otras más grandes y difusas. De este modo, el número gramatical es un reflejo de cómo funciona nuestra arquitectura cerebral, la cual viene preequipada para diferenciar de manera exacta solo las cantidades más pequeñas.

A pesar de la naturaleza común del número gramatical, también se da el caso de algunas lenguas que no lo tienen. De manera similar, en el capítulo 3, señalé que tampoco todos los idiomas tienen palabras para los números. En el capítulo 5 consideraremos un asunto esencial en nuestra misión por entender el papel de estos en la historia humana: ¿qué sucede cuando la gente no utiliza el número gramatical, las palabras para los números o cualquier otra representación simbólica de cantidades? A continuación, echaremos un vistazo a mundos sin números.

Parte 2

Los mundos sin números

5

La gente anumérica en la actualidad

Cuando era un niño, a veces me despertaba en la jungla con la cacofonía de gente compartiendo sus sueños unos con otros, monólogos improvisados seguidos por aluviones de comentarios intensos. Las personas en cuestión, un grupo fascinante (al menos para mí) conocido como los pirahã, tienen por costumbre despertarse y hablar a sus vecinos inmediatos a todas las horas de la noche. En ocasiones esta práctica puede irritar a los forasteros que intentan dormir con todas sus fuerzas. Aunque para un niño como el que yo era, las voces haciendo eco a través de la cabaña grande de mi familia aliviaban mis miedos asociados a una selva nocturna, calmando mi psique incluso aunque entendía poco de lo que se estaba diciendo. Después de todo, la conversación sugería que la gente del poblado estaba relajada y sin preocuparse para nada de mis propias preocupaciones. Sus voces a medianoche parecían desprovistas de esas inquietudes concretas que a veces me mantenían en mi hamaca cuando me sobresaltaba algún ruido irreconocible de la selva. Cuando me despertaban personas compartiendo sueños, normalmente volvía a dormirme en poco tiempo.

Al poblado pirahã en el que mi familia vivía se llegaba tras un viaje serpenteante de una semana a lo largo de una serie de afluentes del Amazonas, o de manera alternativa tras volar una hora en un avión Cessna de un solo motor. Ese vuelo finalizaba con el piloto posando de algún modo las ruedas de la avioneta en una estrecha tira de hierbas que, antes de la aproximación, era invisible en medio del mar de árboles que la rodeaba. Incluso en la actualidad los pirahã siguen aislados y su cultura no ha cambiado apenas desde mi infancia, o lo que es más, desde su primer contacto con los brasileños hace más de dos siglos. Todavía viven en pequeños asentamientos ribereños con viviendas de estructura modesta, dejando de lado de vez en cuando las casas para dormir en listones de madera a lo largo de las playas de arena blanca que se forman en el río durante la estación seca. Y todavía se despiertan en mitad de la noche, aparentemente en medio de una conversación, ya que comparten las experiencias de sus sueños.

Junto con mis padres y dos hermanas mayores, pasé muchos meses de mi infancia con este pequeño grupo de cazadores-recolectores en el corazón del Amazonas. Esta gente resulta increíble por numerosas razones y, dejando de lado los miedos nocturnos ocasionales, los recuerdos de mi infancia que tengo de ellos son agradables y rozan lo idílico. Mis padres nos permitían pasar tiempo con ellos como parte de su propio trabajo en ese momento, como traductores evangélicos de la Biblia. Pero este libro no es el único artefacto del exterior que llevaba mi familia. Otros artículos importados —algunos diría que menos ofensivos y aparentemente más agradables para los pirahã— incluían medicinas occidentales que salvaban la vida de muchos niños. La aceptación de otros elementos extranjeros era normalmente menos exitosa: por ejemplo, la mayoría de los productos de comida que venían de fuera desconcertaban a los pirahã tanto como a mis hermanas y a mí lo hacía su hábito de comerse los piojos unos a otros. Un hombre pirahã una vez me preguntó por qué sentíamos la necesidad de extender una sustancia con aspecto de sangre, conocida por nosotros como kétchup, sobre toda nuestra comida. De modo similar, una vez, mientras comíamos ensalada, un pirahã avisó a otro para que fuera testigo de que estábamos comiendo hojas de manera peculiar. Otra categoría de importaciones sin éxito era la de los símbolos occidentales de varios tipos, que incluía las letras del alfabeto, puesto que, a diferencia de la mayoría de grupos indígenas, los pirahã no mostraban interés por escribir su propio lenguaje. En este grupo fallido también se incluyen los números, que fueron rechazados en conjunto por la gente.[1]

En muchas de estas noches en el poblado, antes de irme a la «cama» en nuestras hamacas, mis padres daban lecciones de matemáticas a los pirahã, y lograban incrementar los niveles de participación ofreciendo un bien prestigioso de entre los productos que venían de fuera: palomitas. Al lado de la incandescencia plagada de insectos de las lámparas de gas esparcidas por la cabaña de nuestra familia, abierta a los elementos junto a la orilla de las aguas negras del río Maici, intentaban enseñar matemáticas a la gente en su lengua nativa. Los intentos eran fallidos por una variedad de razones. Quizás la más importante era simplemente que la lengua pirahã carece de números precisos. De manera habitual, cuando un pueblo aprende el sistema numérico de otro, la cultura adoptante es al menos consciente de qué son las palabras para los números. En el caso de los pirahã, sin embargo, los números eran desconocidos en su totalidad. No solo los términos portugueses concretos para los números que mis padres buscaban enseñarles, sino también la existencia de palabras precisas para los números y, lo que era crucial, incluso el reconocimiento de la mayoría de las cantidades exactas que estos representaban.

Como niño, la dificultad a la que los adultos pirahã se enfrentaban cuando trataban de aprender los números me desconcertaba muchísimo. En gran medida me resultaba asombroso porque estaba claro, incluso desde joven mi percepción, que no eran personas con una discapacidad de aprendizaje de ningún tipo. No hay una anormalidad genética predominante entre los pirahã que explique las dificultades que encontraban entonces, y encuentran ahora, en lo que a aprender los números se refiere. Además, los pocos miembros que han sido criados en culturas externas no muestran dicha dificultad. De hecho, en muchos otros aspectos yo me maravillaba de la destreza cognitiva de esta gente. Parte de este asombro era sin duda debido a mi juventud, pero la experiencia que lo motivaba no era trivial: yo —como mis hermanas— jugaba con sus niños, siguiéndolos por la selva, y a veces estuve literalmente perdido con ellos. Los veía pescar mejor de lo que yo sabía, reconocer frutas en modos que yo no podía y, de manera habitual, sentía que eran inigualables cuando se trataba de habilidades mentales que resultaban cruciales en su hábitat. Pero en la ocasional lección de matemática iluminada por una lámpara, yo era el único en una posición superior, incluso cuando me comparaba con los pirahã adultos.

Estas personas no son las únicas que sufren barreras lingüísticas y culturales para la adquisición de las matemáticas básicas. De hecho, a cientos de kilómetros al este hay un grupo que se enfrenta a esfuerzos análogos: los mundurukú, una gran tribu, antiguamente guerrera, del alto Tapajós, uno de los afluentes principales del Amazonas. Se aficionaron a trabajar el caucho a finales del siglo XIX, y algunos todavía lo hacen en la actualidad. Trabajando duro, juntaban grandes cantidades, particularmente durante la fiebre del caucho en el Amazonas a principios del siglo pasado. Aunque como señala el historiador John Hemming, «desgraciadamente eran acomerciales, fácilmente engañados porque no entendían la aritmética. Los regatão (comerciantes del río) les vendían bienes con un precio cuatro veces mayor, incluyendo cachaza y remedios medicinales que no valían para nada esa cantidad. Por supuesto, se les pagaba poco por el caucho».[2]

Como vimos en los capítulos 3 y 4, las lenguas varían mucho en el modo en que codifican conceptos numéricos. Algunas tienen sistemas numéricos que permiten la generación de una suma ilimitada de términos para cantidades. Sin embargo, muchas otras tienen sistemas menos robustos. Las lenguas de los pirahã y de los mundurukú ciertamente se encuentran en esta última categoría. En particular, los primeros podrían representar el caso más extremo: un idioma hablado sin ningún término numérico preciso, ni siquiera para «uno». Y esta afirmación no solo tiene una base anecdótica. Mi padre, Daniel Everett, que finalmente cambió su carrera como misionero por una como investigador, fue el primero que atrajo la atención de la comunidad académica sobre la naturaleza carente de números de la lengua.[3] Sus comentarios sobre la materia dieron lugar a que varios psicólogos, entre otros profesionales, llevasen a cabo experimentos para comprobar si este idioma era de verdad anumérico. Por ejemplo, consideremos una tarea llevada a cabo por psicolingüistas hace más o menos diez años. En la tarea, a los pirahã se les entregaba un grupo de objetos, bobinas de hilo. Luego se les pedía que dijesen la cantidad contenida en el conjunto. Los catorce sujetos que participaban en el experimento usaron la palabra *hói* para referirse a un objeto. Este término se traduce literalmente como «pequeño tamaño o cantidad» y es el término relacionado con cantidades más bajo en su lengua. La voz para la siguiente cantidad más pequeña es *hoí*, que difiere de *hói* solo en la vocal tónica. Esta distinción tonal altera el significado de la palabra, que cambia a, aproximadamente, «un par o unos pocos». Pero observemos que el significado de *hói* interfiere en el de *hoí*, como evidencian los resultados experimentales del estudio en cuestión. Los investigadores hallaron que, a diferencia de esos casos en los que a los catorce participantes se les pedía etiquetar una bobina de hilo, había algunas discrepancias cuando se les solicitaba calificar cantidades mayores. Para «dos», en la mayoría de los casos se usaba *hoí*, pero resulta destacable que algunos hablantes utilizasen *hói* (demostrando que la última palabra no es simplemente «uno»). Para «tres», los resultados también eran mixtos. De hecho, a medida que la cantidad incrementaba, el uso de *hoí* decrecía, pero la transición de *hói* a *hoí*, y por consiguiente de *hoí* a *baágiso* (la palabra que se aproxima más al significado de «muchos», o si se traduce literalmente, «juntar») era gradual. Por el contrario, al realizar la misma tarea, los hablantes de español solo usan *uno* para 1 cosa, *dos* para 2 cosas, *tres* para 3 cosas, etcétera.[4]

Este es un hallazgo extraordinario, ya que respalda otro trabajo experimental. Implica que las tres palabras con aspecto de número en pirahã no son en realidad números precisos. Estos términos se usan solo en un sentido aproximado, más parecido a frases como «un poco» o «un par de». Sin embargo, comparados con los hablantes de español, los de pirahã no tienen alternativas precisas, como «tres» o «dos». Su lengua es anumérica, incluso carece del tipo de distinciones de número gramatical discutidas en el capítulo 4. Esto es una característica increíble de la lengua y de la cultura pirahã de manera más general: han escogido no incorporar números exactos en su experiencia diaria. Y mientras los mundurukú sí tienen palabras para los números, la mayoría de estas se usan también de manera poco precisa. En un estudio de referencia publicado en *Science* en 2004, un equipo de científicos cognitivos demostró que la mayoría de los términos para números en esa lengua también tenían significados difusos.[5]

La razón que explica los obstáculos culturales para la incorporación de números precisos entre dichas poblaciones es debatible, pero no quita que la rigidez de estas barreras resulte inusual, ya que de manera general los sistemas numéricos fluyen a través de las culturas, particularmente después de un contacto prolongados con los extranjeros, como el experimentado por estos dos grupos indígenas. O cuando las culturas que se enfrentan a otros grupos con más palabras para cantidades toman prestadas algunas de estas palabras (o todas), o al menos los conceptos expresados por estas. Esta apropiación es comprensible, ya que los números son muy útiles. Dada esta tendencia observada con frecuencia, sorprende encontrar que algunas culturas no han adoptado los sistemas numéricos más amplios de los grupos con los que se han encontrado, a pesar de lo difícil que podría resultar esta adopción en sus casos particulares. Así, los pirahã, los mundurukú y algunas otras culturas han permanecido anuméricas o al menos en gran medida. Pero hay signos de que esta situación está ahora cambiando en ambos grupos. Como veremos a continuación, esta elección tiene efectos contagiosos.

La búsqueda de respuestas en la jungla

En un estudio muy publicitado, también publicado en *Science* en 2004, un psicólogo de la Universidad de Pittsburgh demostraba empíricamente que la ausencia de palabras para los números en los pirahã tiene un efecto profundo en las habilidades de sus miembros para diferenciar cantidades. Con la ayuda de mis padres, el psicólogo Peter Gordon llevó a cabo una serie de experimentos a lo largo de dos veranos visitando a los pirahã. Los resultados de estas tareas demostraron de una manera clara y replicable algo de lo que se venía hablando desde hacía un tiempo: los pirahã tienen dificultades para la diferenciación precisa de cantidades mayores que tres. En muchos aspectos, las pruebas llevadas a cabo por Gordon eran similares a las tareas que mis padres habían intentado en las lecciones mencionadas con anterioridad con las personas del poblado a principios de la década de 1980.[6]

En el frenesí de atención dirigida a los pirahã que siguió a la publicación del estudio de Gordon, el retrato que se hizo de estas gentes fue a menudo poco preciso y a veces grotescamente distorsionado. Para algunos, pasaron a representar un tipo de vida atávico, un retroceso a la Edad de Piedra, una reliquia de un tiempo anumérico. Otros sugirieron que la dificultad de estas gentes con los conceptos matemáticos podría deberse a la endogamia, algún tipo de gen (o genes) recesivo que surgía debido a que la población ha sufrido un efecto de cuello de botella. Ambos planteamientos no entienden nada, por supuesto. La conclusión más plausible derivada del estudio de Gordon es, simplemente, que los pirahã son un grupo de cazadores-recolectores que han escogido no utilizar los números y quienes, como consecuencia, no manejan las ventajas cognitivas que ofrece esta herramienta. Para entender mejor esta interpretación, merece la pena examinar los hallazgos del estudio de Gordon y los trabajos que lo siguieron, hechos por otros, incluido yo mismo.

Fig. 5.1. Una familia pirahã en una canoa típica en un afluente del río Maici. Sus ropas son unas de las pocas importaciones del mundo exterior. Esta fotografía fue tomada en 2015 por el autor.

Pero primero, veamos algunas notas previas sobre cómo las personas perciben los números. Como indiqué en el capítulo 4, los seres humanos están equipados de manera innata con dos «sentidos» matemáticos. Dada su simplicidad, la mayoría de los adultos difícilmente considerarían matemáticas estas aptitudes o dotes genéticas, pero resultan algo básico para el cometido de pensar con números. Primero, está nuestro sentido numérico aproximado, el cual es nuestra habilidad natural para estimar cantidades. Los bebés humanos parecen haber nacido con este sistema, que les permite reconocer diferencias grandes entre cantidades. Como veremos en el capítulo 6, los recién nacidos pueden distinguir, por ejemplo, ocho elementos de dieciséis. Son capaces de lograr así unas matemáticas vagas con cantidades grandes. La segunda capacidad matemática innata importante que tienen las personas es la habilidad para diferencias exactamente cantidades menores o iguales a 3. En otras palabras, los miembros de todas las poblaciones humanas, de todas las edades, pueden diferenciar un objeto de dos objetos, dos de tres y tres de uno.

En este libro, me refiero a esta capacidad como el sentido numérico exacto, ya que es conveniente en contraste con el sentido numérico aproximado (como de forma habitual sirve para llevar cuenta de conjuntos pequeños de objetos en paralelo, en el campo de la psicología se suelen referir a él como el «sistema de procesamiento paralelo»). Ya mencioné en el capítulo 4 que estos dos sentidos se albergan en gran medida en el surco intraparietal, o SIP, de nuestro cerebro.

La existencia de estas diferentes habilidades matemáticas primarias ya está sólidamente establecida. Pero tomar consciencia de ellas todavía deja abiertas preguntas que nos atormentan: ¿cómo los humanos, y no otras especies, son capaces de unir estas capacidades? ¿Cómo atamos una habilidad con la otra? ¿Qué nos permite transferir el reconocimiento exacto de cantidades pequeñas a otras más grandes que se manejan de manera más natural con el sentido numérico aproximado? En términos generales, hay dos respuestas básicas a estas cuestiones, ambas similares. La primera es una nativista, según la cual estas habilidades innatas están fusionadas en el cerebro humano simplemente porque es así como este órgano funciona. Según dicha perspectiva, estamos genéticamente dotados no solo con los sentidos numéricos exacto y aproximado, sino también con la capacidad para conectar, de algún modo y de forma gradual, estas dos habilidades. En otras palabras, una de nuestras características distintivas como especie es simplemente que nuestro cerebro está programado para los números, y que a medida que nos desarrollamos, nos damos cuenta de manera natural que cantidades como 5 y 6 difieren la una de la otra (incluso aunque etiquetas como cinco y seis puedan facilitar darse cuenta de esto, también es posible hacerlo en su ausencia). La segunda respuesta potencial es una orientada hacia un sentido cultural: los humanos aprenden a unir sus capacidades matemáticas innatas solo si están expuestos a los números después de estar integrados en una sociedad con capacidad para la aritmética, mientras hablan un lenguaje numérico. Dicha consideración sugiere que los humanos aprenden a diferenciar cantidades mayores que 3 de manera efectiva solo cuando aprenden los símbolos culturalmente compartidos para cantidades precisas. Es decir, cuando aprenden las palabras para los números.

Estas dos consideraciones potenciales de los orígenes de la evidente cognición numérica humana hacen predicciones muy similares. Ambas auguran que, a medida que los humanos se desarrollen en sociedades con capacidad para la aritmética, ganarán en comprensión de las diferencias exactas entre cantidades más allá de 3. Como casi todas las culturas del mundo tienen esa capacidad, durante algún tiempo ha sido un desafío ofrecer respaldo inequívoco a una u otra hipótesis. Uno de los partidarios de la postura con orientación cultural podría sugerir, por ejemplo, que los niños solo logran diferenciar verdaderamente cantidades mayores que 3 cuando aprenden a contar. Un partidario de la posición nativista podría contraargumentar que aprendemos a contar cuando nuestros cerebros están lo suficiente desarrollados para esta tarea. Un modo de arrojar luz sobre el tema sería ofrecer información de un grupo sano de adultos que viviesen en una sociedad anumérica: si una población carece de palabras para números u otras formas de cultura numérica, ¿aprenderían sus miembros a diferenciar la mayoría de cantidades de manera precisa? ¿O estarían restringidos a una aproximación más sencilla ofrecida por nuestro *hardware* cerebral? Una respuesta afirmativa a la primera pregunta proporcionaría un respaldo sólido a la posición nativista, mientras que una afirmación a la segunda ofrecería un refuerzo claro a la postura basada en la cultura.

Con estos elementos en mente, los estudios relevantes que se llevaron a cabo entre los pirahã se han centrado en echar luz sobre la capacidad, o la carencia de ella, que estas personas tienen para diferenciar de manera exacta cantidades mayores que 3. El estudio de Gordon consistió en una serie de tareas de reconocimiento de cantidades llevadas a cabo con adultos en dos poblados. El propósito de este trabajo era abordar esa cuestión primordial: ¿los adultos anuméricos y sanos distinguen de manera precisa y constante cantidades mayores que 3 unas de otras? ¿Pueden diferenciar sistemáticamente 6 elementos de 7 elementos u 8 de 9, o incluso 5 de 4? Si no pueden, esto sugeriría que la familiaridad con las palabras para los números y contar es esencial no solo para las matemáticas, sino también para el mero reconocimiento de la mayoría de las distinciones cuantitativas.

Los experimentos de Gordon encajaban en dos categorías amplias. En la primera, se les pedía a los participantes que igualasen el número de objetos que había en una superficie en frente de ellos, colocando el mismo número de objetos en esa superficie. Para este tipo de tarea se usaron unas pequeñas pilas AA, y había varias variantes de esta tarea. La más básica consistía en «igualar en línea», y para ello a los participantes se les presentaba una línea de pilas que estaban espaciadas todas por igual. Las baterías se colocaban cerca las unas de las otras, así que se percibían como un grupo, pero un grupo compuesto por elementos distinguibles. Luego a los participantes se les pedía colocar la misma cantidad de pilas AA en una conjunto paralelo a la línea original, después de que el ejercicio fuese primero ejemplificado para ellos de manera exacta (esto es cierto para todas las pruebas cuantitativas llevadas a cabo con este grupo, los experimentos siempre se realizaban primero por los investigadores para evitar confusiones). En la tarea de «igualar ortogonalmente», a los participantes se les ponía de nuevo a hacer una fila de pilas AA que tenía que ser igual en número a la línea original que se les mostraba, pero en este caso rotada noventa grados y no en paralelo, como en el experimento más básico anterior. En otra prueba de «presentación breve», a los sujetos se les mostraba una fila de pilas y luego se les pedía hacer una hilera de la misma cantidad después de que la original se apartara de su vista. En la segunda categoría general de tareas utilizada por Gordon, se pedía a los participantes demostrar que reconocían la cantidad de elementos en un contenedor. Así, por ejemplo, Gordon colocaba nueces en un bote opaco, las colocaba de una en una en frente de los participantes (los participantes podían ver los lados del tarro desde su perspectiva, pero no su interior). Luego quitaba las nueces, de una en una, también a la vista de los sujetos. Después de extraer la última, se pedía a los participantes pirahã indicar si quedaban nueces en el bote.

Mientras Gordon llevaba a cabo sus experimentos, apareció un patrón claro en las respuestas de los pirahã, sin tener en cuenta las demandas particulares de una tarea dada. En resumen, los pirahã tenían dificultades visibles diferenciando cantidades de manera precisa, aunque es importante señalar que estos obstáculos eran solo aparentes para cantidades mayores que tres. Por ejemplo, cuando se pedía a los participantes simplemente igualar una línea de pilas con otra, la cantidad de la segunda línea siempre se igualaba a la primera cuando había 1, 2 o 3 pilas. Sin embargo, cuando la línea inicial era de 4 o más baterías, aparecían errores en las respuestas y la ratio de equivocaciones se incrementaba en proporción directa al número de pilas mostradas. Se observó un patrón similar para en el experimento que las situaba en posición ortogonal, así como para la tarea de la presentación breve, aunque en los últimos casos se observaron más errores, lo cual no sorprende dado que eran tareas más difíciles. Para la prueba de las nueces, los hablantes de este lenguaje anumérico tuvieron muchísima dificultad y sus errores se incrementaron en concordancia con el número de frutos que se colocaba al principio en el bote. En otras palabras, los resultados de Gordon sugieren que los pirahã eran capaces de igualar cantidades de manera precisa y de forma repetida en sus cabezas, pero solo si el número de elementos a manejar mentalmente no excedía de tres. Para cantidades mayores que tres, los errores, como era previsible, aparecían en las contestaciones. Las respuestas pirahã reflejaban una dependencia en la aproximación o la estimación, más que una diferenciación de cantidades distintas.

Las selecciones de cantidad erróneas hechas por los pirahã no eran aleatorias. En vez de eso, Gordon observó que había una correlación clara entre el número de estímulos presentados y el rango de los errores típicos de los pirahã. Para las cantidades probadas de magnitudes mayores, la desviación media de la respuesta correcta se incrementaba en proporción: cuanto mayor fuese el número que se buscaba, mayor era el error. Esta correlación era tremendamente consistente.[7] Uno se podría preguntar por qué el patrón observado en las respuestas incorrectas de los pirahã es tan relevante. Lo es por dos razones. Primero, las correlaciones observadas sugieren que los pirahã estaban en realidad intentando mentalmente igualar las cantidades observadas. No desistían sin más cuando las cantidades excedían de tres. Ni decían números de forma aleatoria a ver si acertaban, porque estaban aburridos, por ejemplo. Segundo, mientras que la correlación sugiere que estaban buscando cantidades en sus cabezas que coincidiesen con las que se les presentaban, resulta obvio que lo estaban haciendo de un modo vago. Esto es exactamente el modo en que haríamos predicciones dado lo que sabemos sobre los sentidos numéricos humanos con los que estamos equipados de manera innata.

Con estos resultados iniciales recogidos entre los pirahã se creó una imagen clara. Esta gente tiene dificultad para diferenciar cantidades mayores que tres. Pueden hacerlo, pero de un modo que depende de la estimación. De manera similar, resulta evidente que estas personas son capaces de distinguir de modo exacto cantidades pequeñas. De lo que podrían carecer es de los medios para unificar estas dos capacidades de las que nos dotan nuestros genes, incluso aunque en todos los aspectos los pirahã parecen normales genéticamente. Han tenido éxito en su ecología local, adaptándose y sobreviviendo a lo largo del río Maici durante, como mínimo, varios siglos. No hay una explicación fácil para las dificultades demostradas con las tareas de reconocimiento de cantidades básicas, además del hecho de que hablan una lengua totalmente anumérica y no tienen otras prácticas numéricas en su cultura.

Los resultados de Gordon fueron muy discutidos y tomados por muchos como un indicador claro —quizás el más claro en ese momento— de que algunos conceptos matemáticos aparentemente básicos no están conectados con la condición humana. Se aprenden, se adquieren a través de transmisión cultural y lingüística. Y si se aprenden en vez de heredarse por genética, se concluye que no son un componente del *hardware* mental humano, sino más bien una parte de nuestro *software* mental, la característica de una *app* que nosotros mismos hemos desarrollado.

Como la replicabilidad es un principio fundamental de cualquier iniciativa científica, varios científicos cognitivos estaban ansiosos por continuar el trabajo de Gordon entre los pirahã. Solo unos pocos años después de la publicación de su influyente artículo, un equipo que incluía a Michael Frank (de la Universidad de Stanford) y a Ted Gibson (del MIT) hizo exactamente eso. Como indiqué con anterioridad, lograron demostrar que los términos pirahã para cantidades tienen referencias inexactas. Sin embargo, su trabajo no se limitó a la corroboración experimental de la afirmación de que los pirahã son verdaderamente anuméricos, también incluyó la replicación de varias tareas llevadas a cabo por Gordon, de manera más específica, las tareas de igualar en línea y en ortogonal, la breve presentación y las nueces en el bote. Las tareas se replicaron en un poblado conocido como Xaagiopai (pronunciado «ah-gee-oh-pie»), el cual está situado a varios días río abajo (en canoa) de las aldeas en las cuales Gordon llevó a cabo su investigación. Los científicos utilizaron diferentes estímulos para sus experimentos de igualación, ya que estaban preocupados por si las pilas AA utilizadas por Gordon podrían haber rodado en alguna ocasión, haciendo una tarea ya difícil aún más exigente para los pirahã. En su lugar, usaron otros objetos uniformes no nativos con los que la gente estaba familiarizada: carretes de hilo y globos sin hinchar. Los primeros podían colocarse verticalmente en una mesa, sin que rodasen. Se presentaron a catorce adultos pirahã, de manera individual, ciertas cantidades de estas bobinas de hilo en una mesa que tenían justo delante y se les pidió que igualasen su número a uno idéntico de globos sin hinchar. Exceptuando los diferentes estímulos usados en este estudio, los experimentos para igualar cantidades se modelaron cuidadosamente copiando los de Gordon. Para las tareas de la línea ortogonal, la breve presentación y las nueces en un bote, el desempeño de los pirahã fue como el que había observado Gordon. De modo que los investigadores concluyeron que estos eran incapaces de diferenciar cantidades mayores que tres de manera exacta cuando tenían los elementos transpuestos en el espacio o cuando tenían que recordar el número de elementos después de haberlos visto brevemente. Es de destacar que estas tareas son bastante triviales para poblaciones que están familiarizadas con las palabras para números y con contar, como por ejemplo adultos hablantes de español.

En el caso de la tarea básica de igualar en línea, sin que se requiriese memorización o rotación física, el equipo de Frank no obtuvo los resultados de Gordon. En su lugar, hallaron que, con alguna excepción, los pirahã eran capaces de reproducir de manera precisa la cantidad de carretes de hilo que veían, si estos se presentaban simplemente en una línea y si a los participantes se les permitía ver esta línea durante la tarea. Estos resultados presentaron una complicación a la interpretación previa de la cognición numérica de los pirahã. El equipo de investigadores concluyó que, aunque las palabras para los números sirven como una «tecnología cognitiva» que es esencial para la manipulación y el recuerdo de cantidades, no es una tecnología requerida para el mero reconocimiento de cantidades. Sugirieron también una posible razón alternativa a que los pirahã tuviesen dificultades con la tarea más sencilla, la de emparejar uno a uno en una línea, en el estudio de Gordon: quizás las pilas AA sí que habían rodado en algunos casos y quizás este hecho complicaba la percepción cuantitativa de las personas.

Durante el verano de 2009, en otra tarde húmeda en el Amazonas, me encontré a mí mismo leyendo este trabajo más reciente sobre los pirahã mientras llevaba a cabo una investigación con otro grupo de indígenas. Aunque estaba convencido de los resultados de Frank y sus colegas, también los estaba de que los resultados de Gordon no se debían a pilas que rodaban. El trabajo de este, después de todo, había sido llevado a cabo con la ayuda de mis padres (como el último estudio), quienes hacían de traductores y facilitadores para su investigación de campo a principios de la década de 1990. Como alguien que había seguido a veces a mis padres en la selva durante mis primeros años de adolescencia (aunque entonces vivíamos en Estados Unidos), había observado cómo Gordon llevaba a cabo parte de su trabajo experimental. Y, al igual que había visto las dificultades de los pirahã con el reconocimiento de cantidades básicas durante las sesiones a la luz de aquellas lámparas de gas a principios de los años ochenta, los vi pasar dificultades con las tareas parecidas usadas en el trabajo de Gordon, sin importar el tipo de estímulo usado. Y quizás más importante, era consciente de que la aldea Xaagiopai usada en los estudios siguientes era distinta de las otros poblados pirahã en un aspecto importante; en los meses previos al trabajo experimental emprendido ahí, mi madre, Keren Madora, había dado lecciones de matemáticas a sus habitantes. En contraste con los vanos intentos anteriores de enseñar conceptos numéricos básicos, se había hecho aparentemente algún progreso cuando recurrió a innovar con palabras pirahã inventadas, como *xohoisogio*, que significa «todos los hijos de la mano». Debido a esas lecciones, varias personas de esa aldea parecían haber aprendido algunas habilidades básicas de reconocimiento de cantidades, al menos en parte.

Para resolver mejor este tema, volví a la aldea pirahã separada algunas semanas más tarde y, de nuevo, en el verano de 2010. El fruto de esa investigación, llevada a cabo con mi madre, que habla pirahã extremadamente bien, como mi padre, fue una serie de hallazgos que corroboraron la mayoría de los resultados obtenidos en los dos estudios experimentales previos. Los descubrimientos también ofrecen un respaldo inequívoco a la fuerte afirmación inicial de Gordon de que, faltos de palabras para números y otros símbolos para cantidades, los pirahã sin preparación no diferencian de manera sistemática cantidades mayores que tres. Esto es cierto incluso cuando solo se pide a las personas realizar la tarea más básica de igualar uno a uno en línea.[8]

Nuestro estudio replicó los experimentos ya mencionadas de igualación, usando métodos y estímulos idénticos a los usados por Frank y sus colegas, en concreto, carretes de hilo y globos sin hinchar. También usamos otros estímulos en trabajos posteriores con el mismo resultado. Sin embargo, como hicimos las pruebas en un poblado nuevo lejos de Xaagiopai, nuestros participantes no habían sido expuestos a las enseñanzas de palabras para los números en los meses previos a nuestro trabajo experimental. Catorce sujetos adultos (ocho mujeres y seis hombres) participaron en nuestro proyecto, aunque también llevamos a cabo algunas actividades con niños, quienes estaban más animados a involucrarse. Para las tres tareas de igualar, las respuestas de los pirahã contenían errores cuando veían 4 o más estímulos. La razón de respuestas correctas caía del cien por cien para 1, 2 o 3 elementos presentados a alrededor del cincuenta por ciento para 5 elementos, y seguía cayendo progresivamente para cantidades mayores. Para 10, la mayor cantidad probada, las respuestas eran correctas solo una cuarta parte de las veces para la tarea de emparejamiento en línea uno a uno y en línea ortogonal, y alrededor de una décima parte de las veces para la tarea de la presentación breve.

Dicho de manera simple, los pirahã tienen dificultades con la diferenciación exacta y a la hora de memorizar cantidades en contextos experimentales, si las cantidades con las que se está probando exceden de tres. Los tres estudios experimentales respaldan esta conclusión y los resultados en todos ellos son notablemente uniformes para la mayoría de las tareas. Además, la discrepancia relevante en los resultados de Frank y sus colegas se explica con facilidad. Incluso si uno es escéptico en lo que se refiere a la explicación propuesta para esa discrepancia (que es debida al entrenamiento numérico en Xaagiopai), los hechos siguen siendo que los tres conjuntos de hallazgos demuestran que los pirahã se enfrentan a dificultades con las tareas de reconocimiento de cantidades que personas con conocimientos de aritmética resuelven fácilmente. La interpretación más plausible de los datos de los pirahã es que, sin aprender palabras para los números y estrategias para contar asociadas a ellas, la gente carece de la habilidad para unir por completo las dos capacidades innatas para distinguir cantidades que todos compartimos. Los dos sentidos numéricos permanecen disociados y la cognición cuantitativa está limitada cuando se compara a las poblaciones con conocimientos de aritmética. En apariencia, la unificación de estas capacidades requiere que uno sea educado en una cultura hábil para la aritmética y que tenga práctica con las palabras para los números.[9]

Además de replicar estudios previos entre los pirahã, probamos después las habilidades de reconocimiento de cantidades de otras maneras. Por ejemplo, para algunas tareas se les pidió que repitiesen una serie de gestos o de sonidos, como aplaudir. En todos los casos, su desempeño todavía indicaba dificultad con la diferenciación precisa de cantidades. Aparentemente usan su sentido numérico aproximado cuando discriminan cantidades, sin importar el modo en el cual los estímulos pertinentes se perciban.

De manera desafortunada, los resultados recogidos entre los pirahã todavía son, a menudo, malinterpretados. Como indiqué con anterioridad, una interpretación superficial y claramente incorrecta es que el desempeño de las personas es de algún modo indicativo de las deficiencias cognitivas de la población. Esta idea no es sostenible desde una perspectiva con base empírica. Otra interpretación fácilmente refutable es que las personas no realizan ningún esfuerzo por cumplir tareas experimentales relevantes o que están prestando atención a otras cosas durante el experimento. Esta excusa es irreconciliable con una inspección cuidadosa de los resultados, ya que los sujetos no adivinan sin más, sino que, en lugar de eso, dan respuestas aproximadas correctas de manera sistemática. En otras palabras, resulta evidente que están prestando atención a la cantidad, pero de un modo difuso. Una tercera interpretación, más razonable, está respaldada por todos los datos que hasta ahora se han obtenido entre estas personas: son anuméricos, carecen de lenguaje numérico o cualquier otro rastro de cultura aritmética. Es esta anumericidad la que tiene un claro impacto en su discriminación y memorización de cantidades. Esta idea no está solo respaldada por el trabajo experimental, sino también por los informes de muchos extranjeros que han interactuado con estas personas. Nada sobre la cultura pirahã indígena, ya sea material o conductual, sugiere la existencia de enumeración precisa. Las estructuras de sus casas, sus instrumentos de caza y otros pequeños artefactos no requieren la diferenciación cuantitativa precisa en su producción.

Pero ¿alguna otra faceta de su cultura requiere la discriminación sistemática de cantidades mayores? En esa línea, algunas malinterpretaciones con las que me he encontrado varias veces, en conferencias y otros contextos, resultan evidentes en el siguiente párrafo dado por una persona que comentó *online* un artículo en *Slate* sobre los resultados de este trabajo experimental: «Si una mujer de esta cultura tiene siete hijos, o incluso cinco, ¿cómo los cría y cuida de ellos si no puede usar la aritmética para saber sus edades? ¿Puede una madre incluso recordar que tiene más de dos o tres hijos? Si puede, entonces debería ser capaz de contar en otros contextos también».

Dicho comentario refleja dos ideas equivocadas clave sobre la experiencia humana en un vacío numérico. Primero, hacer un seguimiento de la edad de manera aproximada no requiere el uso de conceptos numéricos. Puedo estar seguro de que un familiar es mayor que otro simplemente porque el primero estaba vivo cuando el otro nació. Y si hay tres o más parientes, puedo reconocer al mayor mediante algunos silogismos sencillos, o por comparaciones directas entre dos familiares cualesquiera. De modo que si una madre tiene cuatro hijos, sabrá quién estaba vivo antes que los demás, y quién nació cuando todos los otros ya estaban vivos. No se necesita ninguna indicación de cantidades para entender dichos conceptos. La visión de las edades absolutas, como el número de viajes que una persona ha hecho alrededor del sol (véase el capítulo 1), sí requiere diferenciación cuantitativa, aunque este es un concepto distinto de edades relativas, a pesar de que parezca complicado para algunas personas entender esta distinción, probablemente porque están absorbidas por culturas en las que la edad y los números están vinculados de forma indisoluble desde una temprana edad.[10]

El segundo aspecto evidente en los comentarios del lector resulta más profundo, incluso en su superficie. ¿Cómo puede una madre no recordar cuántos hijos tiene? Todas las madres deben recordar a todos sus hijos todo el tiempo, ¿no? Por supuesto, pero esto realmente es irrelevante al reconocimiento de cantidades y a contar. Digamos, por ejemplo, que vienes de una gran familia y vas a casa durante las vacaciones a visitar a tus hermanos: Cory, Angela, Jessica y Matt. Pero el vuelo del primero se cancela y no llega a tiempo para la cena familiar planeada. A ti no te han avisado de la cancelación, por lo que cuando te sientas a comer inmediatamente te preguntas «¿Dónde está Cory?». Imagino que no mirarías alrededor y exclamarías: «Veo tres hermanos aquí, pero ¡sé que tengo cuatro!». En otras palabras, no necesitas ninguna noción de reconocimiento de cantidades exactas para apreciar que un ser querido no está. Percibimos a los miembros de la familia como individuos, no como objetos contables sin cara. Por supuesto, podemos contar a nuestros familiares, pero no necesitamos hacerlo para reconocer su presencia o ausencia. Y tampoco lo necesitan los pirahã. No hay evidencias que sugieran que esta gente requiera la diferenciación precisa de cantidades para recordar quién falta o para cualquier otra tarea en su cultura. De ser ese el caso, no dudarían en haber adoptado palabras para los números para facilitar dicha diferenciación. Un niño pirahã se recuerda como un individuo, no como un número.

Las preguntas relativas a gente sin números a menudo revelan algo sobre las personas que sí los tienen y formulan la pregunta. Estamos tan enredados en el mundo de los números que es difícil para nosotros concebir que se puede vivir sin ellos. Nuestras vidas cognitivas y materiales no son separables de los números que hemos desarrollado y los cuales nos imponemos a nosotros mismos desde una edad temprana. Los resultados obtenidos entre los pirahã podrían ser usados —y a veces lo son— para hacer exótico a este colectivo de indígenas, tratarlos como algún tipo de grupo paleolítico contemporáneo. Al catalogarlos de singulares se pierde de vista la verdadera revelación dada por esta investigación y que no afecta a los pirahã, sino a todos nosotros: los humanos necesitamos un lenguaje y cultura numéricos para diferenciar de manera exacta y recordar la mayoría de cantidades concretas. Más que ser la simple consecuencia de mecanismos innatos o procesos que ocurren de manera natural, algunas habilidades de reconocimiento de cantidades en apariencia básicas se adquieren solo a través de la cultura y el lenguaje.

Por fortuna, esta conclusión no depende en su totalidad, ni siquiera fundamentalmente, de los resultados obtenidos entre los pirahã. El trabajo sobre el desarrollo del conocimiento numérico entre los niños en sociedades muy industrializadas ha llegado a la misma conclusión, como veremos en el capítulo 6, además de hacerlo investigaciones llevadas a cabo en otro fascinante grupo del Amazonas, los ya mencionados mundurukú. Los mundurukú son una cultura indígena mucho más grande, en comparación con los aproximadamente 700 pirahã, hay más de 11.000 mundurukú. Residen a alrededor de 600 kilómetros de la zona más al este de la reserva pirahã, en su propia gran reserva, y, a pesar de los diferentes estilos de vida, sí comparten algunas características con estos. Desde el punto de vista histórico, tienen en común una reputación aterradora por haber defendido sus territorios nativos tras la llegada de los europeos. Esta notoriedad se la ganó también otro gran grupo, los mura, de los cuales los pirahã eran una pequeña rama. Como señalé antes, los mundurukú también comparten una fama, que viene de largo, referente a las dificultades con los conceptos numéricos.

Sin embargo, a diferencia de los pirahã, los mundurukú no son completamente anuméricos, ya que sí tienen palabras para números usadas para denotar conjuntos de 1, 2, 3 o 4 elementos. Sin embargo, una inspección más de cerca releva que estas no son tan precisas como los términos para los números en la mayoría de las lenguas, y se encuentran en algún lugar entre las palabras españolas para números *uno* y *dos* y las palabras pirahã *hói* y *hoí*. Esta imprecisión también ha sido corroborada con experimentos. Cuando se les pide que indiquen un término numérico para el conjunto de puntos que se les presenta de manera aleatoria en la pantalla de un ordenador portátil, los hablantes de mundurukú dicen su palabra *pug* en casi el cien por cien de los casos cuando aparece solo un punto, y usan el término *xep xep* en el cien por cien de los casos cuando aparecen dos. Claramente su lengua tiene palabras para «uno» y «dos», y también otras que, de manera habitual, se usan para denotar conjuntos de tres y cuatro elementos. Pero estos términos no se refieren a tres y cuatro elementos en todos los casos. Esto sugiere que son términos imprecisos para los números de un tipo similar a los que usan los pirahã. Para cantidades mayores que cuatro, se usan otras voces que también son aproximaciones, las traducciones literales de estas son «algunos» y «muchos». Además, las palabras para números que existen en la lengua parece que no se usan con frecuencia, de modo que la referencia numérica es poco común (en contraste con algunas lenguas de Australia y otros lugares donde también tienen conjuntos modestos de palabras para los números, pero hacen referencias frecuentes a los conceptos como singular, dual y plural).[11]

Pierre Pica, un lingüista francés que llevó a cabo trabajos experimentales en el Amazonas, ha explorado el conocimiento numérico básico entre los mundurukú con un reputado equipo. Tras su trabajo conjunto, ha demostrado que, como los pirahã, los hablantes de esta lengua dependen de su sentido numérico aproximado para realizar tareas matemáticas básicas cuando hay involucradas cantidades superiores a tres. En un estudio, Pica y su equipo llevaron a cabo cuatro tareas matemáticas básicas con cincuenta y cinco adultos mundurukú y diez sujetos de control francoparlantes. Dos de estas tareas eran de aproximación *per se*, por ejemplo, se pedía a los hablantes que decidiesen de manera rápida cuál de dos conjuntos en la pantalla de un ordenador contenía más puntos. El desempeño de los hablantes de mundurukú y de francés fue similar en estas pruebas, ya que solo requerían aproximación en lugar de distinción exacta de cantidades. Sin embargo, en otros dos test, se pidió a los participantes mostrar la representación precisa de cantidades. Ambas tareas implicaban la sustracción de puntos. Los sujetos observaban cómo estos se «colocaban» en un bote dibujado en la pantalla del ordenador y continuaban viendo cómo cierto número se «sacaba» del bote. En una de las tareas se les pedía nombrar la cantidad que quedaba en el tarro y en la otra escoger, entre un conjunto de imágenes, el que contenía el número correcto de puntos. De modo que, por ejemplo, si veían cinco puntos entrando en el recipiente y cuatro saliendo de él, entonces disponían de tres botes a elegir: uno con cero puntos en él, otro con un punto y un tercero con dos puntos. En este caso, la respuesta correcta es el bote con un punto.

En las tareas que requerían el reconocimiento exacto de cantidades, las respuestas mundurukú fueron muy parecidas a las pirahã. Había una clara disparidad entre sus resultados y los obtenidos con el grupo de control de francoparlantes. Para los niños y adultos mundurukú, el desempeño fue casi perfecto cuando el número inicial de puntos situado en el bote era menor que cuatro. Cuando este era cuatro o mayor, sin embargo, el desempeño empeoraba drásticamente: «Los mundurukú todavía hacían uso de representaciones aproximadas ... en una tarea que los sujetos de control franceses fácilmente resolvían con cálculos exactos».[12]

Aunque otra investigación ha explorado el conocimiento numérico entre los miembros de grupos indígenas no relacionados con estos que tienen sistemas numéricos limitados, los resultados obtenidos entre los pirahã y los mundurukú son particularmente relevantes para nuestra comprensión de la capacidad transformadora de los números como herramientas conceptuales, ya que estos grupos suelen carecer de número gramatical y de palabras para números precisas (una investigación reciente sugiere que el número gramatical es también una ayuda para adquirir conceptos numéricos).[13] No sorprende que esta gente tampoco disponga de rutinas de conteo que son cruciales, al menos en apariencia, para el desarrollo de conceptos numéricos precisos en las mentes de los niños de las sociedades con capacidades aritméticas desarrolladas (véase el capítulo 6). Los hallazgos de estos dos grupos del Amazonas que no están relacionados son muy similares, lo que indica una clara implicación: los humanos en culturas sin ningún sistema preciso de numeración tienen dificultades para distinguir de manera exacta cantidades mayores que tres. Esta conclusión ayuda a conformar nuestra comprensión de los efectos que los números han tenido en nosotros como especie. Después de todo, estos resultados no solo reflejan algo sobre estos dos grupos, sino que resultan más reveladores: muestran cómo el conocimiento matemático básico funciona en ausencia de un apoyo conceptual dado por palabras para los números y símbolos asociados. Los adultos sanos sin dichas herramientas simbólicas dependen de la estimación aproximada cuando manejan cantidades mayores que tres. Lejos de ser un hecho de algún modo innato, las representaciones exactas de cantidades como 5, 6 y 7 suelen adquirirse a través de la cultura. Son un fenómeno que depende de la lengua. Solo cuando estamos incrustados en una matriz de símbolos heredados a través de la cultura, como son las palabras para los números, podemos exacta y sistemáticamente distinguir dichas cantidades.

En su libro *The Number Sense*, el famoso psicólogo Stanislas Dehaene (un miembro del equipo de Pica) ofrece la siguiente interpretación de los hallazgos sobre el reconocimiento de cantidades recogidos entre los mundurukú: «nuestros experimentos ... dan fuertes argumentos para la universalidad del sentido numérico y su presencia en cualquier cultura humana, aunque esté aislada y se vea desfavorecida desde el punto de vista de la educación. Lo que muestran es que la aritmética es una escalera: todos empezamos en el mismo escalón, pero no todos subimos al mismo nivel».[14]

Dehaene por supuesto tenía razón en que los resultados de los mundurukú y los pirahã respaldan la universalidad de nuestro sentido numérico innato, o más concretamente nuestros dos sentidos numéricos. Después de todo, ambas poblaciones pueden distinguir, de manera constante, 1, 2 y 3, debido a su sentido numérico exacto. Y ambos grupos estiman cantidades más grandes, usando su sentido numérico aproximado. Aunque quizás lo que resulta más notable sobre los estudios relevantes es que sugieren que subir escalones de la escalera aritmética requiere de los números. Cómo de alto subamos no es el resultado de nuestra inteligencia heredada, sino del idioma que hablamos y de la cultura en la que hemos nacido. Un o una hablante de una lengua anumérica tienen pocas posibilidades de subir en la escalera y, probablemente, pocas razones para subir. Al parecer, el lenguaje numérico y las prácticas numéricas asociadas permiten tipos de pensamiento cuantitativo básicos.

Quedan por hacer muchas investigaciones antes de que entendamos por completo el papel que el lenguaje numérico y otras facetas de culturas con capacidad para la aritmética han jugado en dar forma al conocimiento matemático de la gran mayoría de los humanos que viven hoy en día. Esta exploración esclarecerá no solo el papel de los números en la unificación de nuestros dos sentidos numéricos básicos, sino también iluminará otras facetas del pensamiento cuantitativo. Por ejemplo, un trabajo entre los mundurukú ha empezado a estudiar cómo los números influyen en la capacidad de la gente para dividir a la mitad. Dicha investigación sugiere que los mundurukú son capaces de hacer mitades de manera aproximada, incluso cuando no han sido previamente expuestos a estas cantidades.[15]

Otro tema estudiado hace poco sobre los mundurukú es hasta qué punto estas personas usan conceptos espaciales cuando están pensando de forma cuantitativa. Como indiqué en el capítulo 1, la gente a menudo usa el dominio físico del espacio para dar sentido a ámbitos cognitivos más abstractos. Señalé allí que casi todas las culturas usan el espacio para dar sentido al tiempo. De manera similar, los humanos a menudo interpretan cantidades en términos espaciales. Esta transferencia de cantidades en el espacio se utiliza en nuestros sistemas escolares, por supuesto, en los cuales se enseña a los estudiantes a utilizar rectas numéricas y el plano cartesiano. Pero un uso menos sistemático del espacio parece surgir en muchas otras culturas. Además, algunas evidencias sugieren que los jóvenes y los niños aprenden a proyectar números en el espacio bien antes de que cualquier tipo de escolarización tenga lugar.[16]

Para comprender mejor la aplicación cognitiva de cantidades en el espacio, Dehaene y sus colegas realizaron la siguiente prueba con los mundurukú. Se mostraban a los participantes dos circunferencias separadas por una línea horizontal. En la de la izquierda había un punto negro y en la de la derecha, diez. Luego se les proporcionaba un conjunto separado de puntos, por ejemplo un grupo de seis, y se les pedía colocar esta cantidad a lo largo de la línea horizontal. Si los mundurukú no percibieran las cantidades en términos de espacio, sus respuestas podrían ser aleatorias. Por el contrario, los estadounidenses generalmente colocan las cantidades en intervalos regulares a lo largo de la recta «numérica» horizontal. Por ejemplo, situarían nueve puntos cerca de la circunferencia con diez puntos y colocarían dos puntos adyacentes a la circunferencia con un punto. Los mundurukú también los colocaron de manera regular, pero no de modo que las cantidades estuviesen tan cuidadosamente separadas a lo largo de la recta numérica. En lugar de esta aproximación lineal directa, la cual parece que se aprende en la escuela, los mundurukú normalmente adoptaron lo que se llama una estrategia logarítmica. Las cantidades más pequeñas estaban más desplazadas a lo largo de la dimensión horizontal, en comparación con las cantidades más grandes. Tres puntos se situaban relativamente cerca del punto medio de la línea, y otros nueve se solían disponer a más o menos dos veces la distancia (en comparación a los tres puntos) de la circunferencia de la izquierda. En la configuración lineal con la que la mayoría de nosotros estamos familiarizados, se colocarían los nueve puntos tres veces más lejos de la circunferencia de la izquierda cuando lo comparamos a la situación de los tres puntos. En una configuración logarítmica, sin embargo, nueve puntos deberían estar dos veces más lejos de los tres puntos, ya que $3^2 = 9$. Como los mundurukú son bastante anuméricos, su estrategia de colocación de puntos sugería que algunas de las personas, sin importar su cultura o lengua, usan el espacio para dar sentido a las cantidades. Los adultos anuméricos sin escolarizar parece ser que sí usaron una recta «numérica» mental, aunque esta tuviera estructura logarítmica.[17]

Pero ahora parece que podría no ser el caso de todas las poblaciones no escolarizadas. Resultados recientes obtenidos con un grupo indígena en el otro lado del mundo sugieren que una recta numérica humana podría no ser, después de todo, universal. Dirigidos por Rafael Núñez, de la Universidad de California (San Diego), un equipo de científicos cognitivos replicó los experimentos sobre rectas numéricas mentales con los yupno, que viven en una cordillera de Papúa Nueva Guinea. Aunque los yupno tienen palabras para los números, estas personas no miden el espacio o el tiempo de manera precisa. Y resulta que no colocan mentalmente cantidades en el espacio de una forma predecible. A diferencia de la mayoría de los mundurukú, no muestran predisposición a colocar las cantidades a lo largo de alguna recta numérica mental, logarítmica o no. En su lugar, cuando se les pidió disponer de manera sistemática cantidades dadas de puntos y otros estímulos a lo largo de una línea, elegían los extremos de esta. La falta de división de la recta acorde a cantidades sugiere que no todos los humanos piensan en las cantidades en términos espaciales. En su lugar, alguna gente las percibe de maneras diferentes que son, al menos en parte, debidas al equipamiento conceptual que adquieren de su propia cultura nativa.[18]

Por supuesto, todavía tenemos mucho que aprender sobre cómo el lenguaje numérico y otras partes de la cultura numérica dan forma a la concepción de cantidades de los seres humanos. Sigue sin saberse con certeza, por ejemplo, cuántas culturas difieren en su propensión a usar rectas numéricas mentales. Aunque una cosa resulta clara tras nuestra exposición en este capítulo: los miembros de diversas culturas indígenas, que hablan lenguas que no están relacionadas y viven en selvas remotas, están ayudando a remodelar nuestro conocimiento del pensamiento matemático. Los estudios de estas poblaciones han mostrado ahora que los números y la acción de contar son esenciales para, incluso, un conocimiento cuantitativo aparentemente modesto. Las investigaciones han probado que, aunque todo el mundo ha nacido con ciertas habilidades aritméticas muy básicas, en realidad solo los miembros de culturas con números pueden empezar a subir en la escalera aritmética.

Ni sonidos ni números

Los mundurukú y los pirahã no son los únicos con comunicación anumérica o principalmente anumérica. Hay otro grupo de gente que carece de lenguaje numérico y esto también arroja luz al modo en que los números impactan en el pensamiento matemático básico. Estas personas en cuestión poseen una lengua de signos propia en Nicaragua: son ciudadanos sordos que, por varias razones, nunca han tenido la oportunidad de aprender la lengua de signos. En su lugar, al igual que hacen otras personas con lenguas de signos «caseras» en otras partes del mundo, estos nicaragüenses usan gestos innovadores con las manos para hablar con quienes los rodean, en concreto miembros de su familia que coaprendieron y cocrearon estos innovadores sistemas lingüísticos. Estas personas son un testimonio del poder de la necesidad del ser humano para la comunicación: en casos en los cuales los niños tienen problemas de audición y no están expuestos a un lenguaje totalmente desarrollado, todavía surgen comunicaciones complejas. Aunque esta elaborada comunicación, al menos en el caso de los creadores de signos nicaragüenses, carece de palabras para los números.

En un estudio fascinante, los psicólogos llevaron a cabo una serie de experimentos sobre las habilidades de cognición numéricas de cuatro adultos creadores de signos en Nicaragua. Estos carecen de cualquier conocimiento de palabras para los números. Sin embargo, a diferencia de los pirahã y los mundurukú, están inmersos en una cultura que usa la aritmética. Tienen conocimiento de la importancia de las diferencias entre cantidades. Por ejemplo, estos inventores de signos pueden reconocer los valores aproximados de billetes y son capaces de diferenciar los más pequeños de los más grandes. Aun así, a pesar de esa habilidad y de su conocimiento de la existencia de cantidades precisas más allá de tres, no disponen de sus propios medios para referirse a dichas cantidades de manera precisa. No tienen números.

Los investigadores comprobaron el alcance del impacto que provoca esta ausencia de números en estos nicaragüenses, quienes, como los pirahã y los mundurukú, no muestran signos de defectos cognitivos congénitos. El estudio arroja más luz sobre las habilidades matemáticas de adultos anuméricos sanos, y lo hace con un grupo de gente a la que se ha hecho consciente, a lo largo de sus vidas, de la existencia de números. Estos números simplemente no se han infiltrado en sus vidas cognitivas a través de la adquisición de palabras para ellos y rutinas de conteo. Aunque las personas creadoras de signos sí usan gestos para comunicar las cantidades, lo hacen de manera imprecisa cuando se ven envueltas cuantías grandes.

Después de ejecutar una batería de experimentos, incluido un emparejamiento básico uno a uno en línea similar al llevado a cabo varias veces entre los pirahã, los investigadores llegaron a un resultado sorprendentemente parecido. Los creadores de signos «no pueden de manera fidedigna hacer que el número de elementos de un segundo conjunto coincida con el número en un conjunto dado si estos contienen más de tres elementos».[19] Como los pirahã y los mundurukú, estos adultos tienen dificultades con la diferenciación y replicación de manera exacta de grupos de elementos cuando estos pasan de tres. Por ejemplo, los creadores de signos vieron cartas con cantidades específicas representadas en ellas. Se les pidió mostrar, con los dedos, cuántos elementos había en la carta. Cuando se representaban solo uno, dos o tres objetos, mostraban el número correcto de dedos en todas las pruebas. Para cantidades más grandes, su proporción de respuestas correctas se desplomaba y la magnitud de sus errores se incrementaba acorde a las sumas de elementos. Este resultado difiere de las personas sordas nicaragüenses que sí hablan una lengua de signos formal y que conocen los términos para los números, cuyos resultados fueron certeros, así como lo fueron los de nicaragüenses no sordos que saben las palabras para los números en español. En resumen, los resultados con estos ciudadanos convergen en una conclusión que a estas alturas es familiar: los seres humanos necesitan practicar con las palabras para los números de manera sistemática y diferenciar cantidades mayores que tres de modo exacto.

CONCLUSIÓN

Si los números son tan útiles cognitivamente, ¿por qué algunos grupos han escogido abandonarlos o no han logrado adoptarlos? De manera deliberada podríamos ofrecer respuestas anodinas a esta pregunta, por ejemplo diciendo que «estas personas están mejor sin números», pero dicha contestación corre un riesgo real de paternalismo o relativismo cultural inapropiado. La respuesta verdadera a esta cuestión se halla perdida, probablemente, en las historias no escritas de las culturas en cuestión, al menos en el caso de los mundurukú y los pirahã. Resulta bastante seguro que dichos grupos se podrían beneficiar de las ventajas que ofrece la adopción de estas herramientas maravillosas. Aunque, también es cierto que estas culturas han sobrevivido tanto tiempo y destacado en sus entornos sin la ayuda de los números.[20]

A la luz de la utilidad de los números y su casi total ubicuidad en las lenguas del mundo, es en cierto sentido sorprendente encontrar que existen poblaciones anuméricas. Aunque, inevitablemente, el inventario global de los idiomas del planeta ofrece excepciones a nuestras expectativas de que ciertas características lingüísticas deberían ser universales. Las culturas y las lenguas difieren de forma radical. Dado este hecho, en otro sentido, resulta menos sorprendente que alguna gente viva en mundos sin palabras para los números, sin numerales, sin gestos numéricos convencionales ni otros signos para cantidades precisas. Tácitamente he insinuado en este capítulo que, en el contexto de nuestra investigación actual de comprender cómo los números transformaron la experiencia humana, esta realidad se presupone útil. Después de todo, los grupos de adultos sanos anuméricos nos ofrecen una ventana invaluable en la naturaleza del pensamiento cuantitativo humano. Muestran la evidencia clara de que, sin números, no podemos construir sobre nuestras capacidades innatas para dar sentido completo a todas las cantidades.

6

Las cantidades en los cerebros de los más pequeños

Aunque remontemos nuestra edad y nuestra existencia al momento en que fuimos expulsados del útero materno, este hecho es principalmente un asunto de conveniencia. En realidad, es en el útero donde somos destetados de la inconsciencia y traídos de manera gradual a la vida. Este destete está limitado por la naturaleza del espacio en que estamos confinados, el cual impide que la mayoría de los estímulos lleguen a nuestras vidas mentales. Pero el útero no puede retenerlos todos y es ahí donde empezamos a tener contacto con estímulos físicos exteriores a la mente que impactan con profundidad en nuestras vidas cognitivas y nuestro comportamiento posterior. Y ahí juegan un papel determinante nuestros dedos.

Estos estímulos son experimentalmente básicos, se infiltran en nuestra experiencia sensorial, incluso en nuestras bocas, antes de que seamos conscientes de los olores, las imágenes y los sonidos (con pocas excepciones). La primera vez que vi la cara de mi hijo, estaba representada en una máquina de ultrasonidos tridimensional. Alrededor de dos meses antes de su nacimiento, sus dedos flotaban en el espacio justo al lado de sus mejillas, como si fuera una constante tranquilizadora de su existencia recién descubierta. Antes de que viese la luz de verdad, estaba «observando» los dedos alrededor de él, tocando estas porciones individuales de su propio cuerpo, aparentemente sintiéndolas una por una. Por supuesto, también les ocurre a otros bebés en el útero. Esta fase de prenacimiento es solo el principio de un largo viaje cognitivo en el que vamos acompañados de nuestros dedos. La cantidad de dedos en las manos juega un papel fundamental en nuestro pensamiento numérico, claramente humano, y resulta evidente en cómo, con frecuencia, personas de todo el mundo han puesto nombre a los números gracias a las manos. Aun así, antes de que podamos considerar ese papel fundamental, necesitamos una comprensión más clara de estos conceptos numéricos que quizás tengan fecha anterior a tener consciencia de nuestros dedos contables. Porque, aunque descubrimos nuestros dedos a una edad muy temprana, al parecer somos conscientes de algunas distinciones numéricas incluso antes de dicho hallazgo. Después de todo, los humanos estamos programados con los sistemas neurocognitivos numéricos mencionados en los capítulos 4 y 5: el sentido numérico aproximado y el que he llamado sentido numérico exacto. Juntos, estos nos permiten percibir distinciones cuantitativas a una edad muy temprana.[1] A pesar de ello, incluso con estos sentidos a su disposición, resulta difícil para los niños aprender a pensar de manera precisa en las cantidades. Entender cómo hacer distinciones numéricas no es fácil y depende en gran medida de la adquisición de palabras para los números. De cualquier modo, para la mayoría de la gente, estos términos, a menudo basados en los dedos, sirven como entrada al conocimiento de los números naturales.

CÓMO PIENSAN LOS BEBÉS EN CANTIDADES

Como hemos visto, el sentido numérico exacto resulta evidente entre las poblaciones anuméricas sin ningún medio de transferencia lingüística de conceptos numéricos de una generación a la siguiente, o entre generaciones. De manera similar, todas las poblaciones humanas adultas, incluso las anuméricas, poseen la habilidad de distinguir numéricamente conjuntos grandes de elementos si la diferencia entre conjuntos es lo bastante grande. Todos los adultos normales pueden diferenciar de forma neurocognitiva 6 elementos de 12 elementos, u 8 de 16. Esta habilidad es una muestra de nuestro sentido numérico aproximado. Las palabras para números y las estrategias de conteo nos permiten diferenciar de manera exacta todas las cantidades, incluyendo las más grandes, esencialmente fusionando nuestros dos sentidos numéricos innatos.

Pero uno se puede preguntar: ¿cómo estamos seguros de que los dos sentidos en cuestión son en realidad innatos? Otras características del kit de herramientas del conocimiento humano que una vez se pensaron innatas ahora parece ser que no lo son. Por ejemplo, en el pasado, muchos lingüistas llegaron a la conclusión de que el origen del lenguaje se debía principalmente a una mutación o a una serie de mutaciones en el genoma humano, y que todos los humanos comparten un «instinto para el lenguaje». En otras palabras, la naturaleza seleccionó a aquellos humanos con una mutación genética (o serie de mutaciones) que les permitía hablar, ya que dicha característica genética resultaba muy beneficiosa para la reproducción. Hoy en día, hay menos lingüistas que mantengan esa posición, y muchos académicos consideran que el lenguaje es un *collage* de estrategias culturalmente variables, pero a menudo similares para la comunicación y el manejo de la información. Desde esta perspectiva cada vez más popular, la selección natural quizás fue el resultado de un conjunto de habilidades cognitivas y sociales que ayudaron a fomentar el lenguaje, pero no produjeron de manera directa y concreta un instinto lingüístico. ¿Cómo podemos estar tan seguros, entonces, de que nuestros «sentidos» numéricos representan instintos cuantitativos específicos y no son también el resultado de estrategias convergentes comunes para el pensamiento sobre cantidades? ¿Cómo podemos tener la certeza de que realmente presentamos un pensamiento matemático innato?[2]

Es difícil ofrecer una respuesta definitiva a estas preguntas. Hay dos componentes importantes en la respuesta, dos tipos de evidencias generales que nos han dejado con una certeza bastante fuerte de que los humanos tienen un instinto numérico o, de manera más correcta, dos capacidades innatas que pueden usar para discriminar cantidades. Un tipo de evidencia se deduce del comportamiento de otros animales. Como veremos en el capítulo 7, muchas especies comparten capacidades similares para la diferenciación exacta de pequeñas cuantías, así como la distinción aproximada de otras mayores. De modo que podemos afirmar con seguridad que los dos sistemas numéricos en nuestros cerebros son filogenéticamente primitivos. Esto significa que han existido durante millones de años en los cerebros humanos y en los de nuestras especies precursoras. Pueden remontarse a otras especies extintas, cuyos descendientes incluyen a los humanos y muchos vertebrados relacionados. Otra fuente de evidencia es el comportamiento de los niños pequeños en la etapa prelingüística, que sugiere que algunas habilidades matemáticas son ontogenéticamente primitivas. En otras palabras, son destrezas que aportamos antes de empezar a adquirir conceptos, mediante la experiencia, durante la infancia. Son un regalo genético. Pero solo porque los dos sentidos numéricos en cuestión se nos den a través de los genes, no implica la ausencia de una variación intercultural en cómo estas capacidades florecen en nuestras mentes a medida que crecemos, o en cómo nos arreglamos para explotar estos sistemas para un pensamiento matemático más completo. Queda mucho trabajo para comprender por completo la naturaleza del pensamiento cuantitativo en la infancia humana a través de las culturas del mundo, aunque ya se ha hecho mucho trabajo y aquí llamo la atención sobre unos pocos de los hallazgos trascendentales sobre este tema.

Pero primero, veamos una pregunta sencilla que quizás te hagas: ¿cómo podemos averiguar qué está pasando en la mente de los niños cuando están en la etapa prelingüística y no puede determinarse lo que hacen en contextos experimentales? Este es un asunto complicado desde el punto de vista de la metodología, por lo que requirió algo de innovación. Superar este obstáculo casi dio lugar a una revolución en nuestra comprensión del conocimiento numérico de los niños en los últimos treinta años y, de forma simultánea, condujo a dudar de resultados previos que quizás se habían visto influenciados por expectativas injustificadas sobre la intuición de los pequeños en relación a los objetivos asociados con experimentos concretos. La barrera se superó cuando los investigadores empezaron a depender de tareas que requerían poco en términos de participación física de los niños y de su interacción con los experimentos, y se centraron más estrictamente en a qué prestaban atención los pequeños en las pruebas. Este centro de interés tiene sentido, dado que los humanos, como otras especies, se obsesionan con los estímulos que les resultan novedosos.

Piensa en un entorno cotidiano con el que probablemente estés muy familiarizado: un restaurante abarrotado. Cuando entres en él, quizás notes el escándalo de las conversaciones, el tintineo de la cubertería contra los platos, los vasos apoyándose en las mesas, etcétera. Esto es lo que esperas de dicho entorno, por lo que cuando te sientes y comas, estos estímulos que no son novedosos no mantendrán tu interés. Tú y el resto de los clientes del restaurante continuaréis comiendo y bebiendo, centrados en vuestras comidas y conversaciones (con suerte, estas tendrán estímulos atractivos o tampoco mantendrán tu atención). Ahora piensa qué ocurre si un estímulo novedoso entra dentro de tu zona de percepción, por ejemplo, un vaso que resbala en la bandeja de un camarero hasta que cae al suelo y se hace añicos. El sonido al romperse capta de inmediato tu atención, mientras buscas discriminar la fuente del ruido que acabas de oír. Cuando tu atención se altera de esa manera, pasan varias cosas a nivel físico. Tu vista se dirige hacia el ruido y todas las cabezas en el restaurante se vuelven hacia el estímulo novedoso. De manera menos visible, los clientes dejan de comer por un momento, suspendiendo actividades como tragar. Cabe destacar que estas tendencias de fijación de la vista y de parada de la ingestión, que son básicas desde el punto de vista del desarrollo, se remontan a nuestra infancia. Como resultado, los investigadores del desarrollo infantil hace tiempo que se han dado cuenta de que pueden saber cuándo los bebés consideran un estímulo novedoso y cuándo no. Así, al examinar la atención de estos, los científicos observan si estos bebés reconocen un nuevo estímulo, ya sea un color, una forma o una cantidad. Para hacer dicha observación, simplemente tienen que realizar un seguimiento de si hay algún cambio asociado a los patrones de la vista o ingestión de los bebés, mientras se les presentan diferentes estímulos. En la práctica, al hacer experimentos, se examinan los patrones en la mirada y el tragar de los bebés durante tareas concretas. Estas acciones no se evalúan con precisión de manera directa, por lo que las metodologías basadas en la medición de estos comportamientos necesitaron de la llegada de nuevas herramientas que comenzaron a estar disponibles en las últimas décadas. Estas incluyen chupetes monitorizados electrónicamente y sistemas de vídeo capaces de hacer seguimiento de la mirada y del movimiento de los ojos de los niños.

Ahora consideremos algunos experimentos importantes sobre el conocimiento numérico infantil, todos ellos basados en la suposición de que los bebés miran más tiempo a tipos concretos de estímulos. Deberíamos empezar con un estudio, que ahora se ha hecho famoso, dirigido por la psicóloga Karen Wynn. Los resultados de esta investigación se publicaron en *Nature* hace más de veinte años, y sus pruebas se han refinado y replicado de varias maneras en los años intermedios. El influyente estudio de Wynn es un punto inicial lógico para nosotros, ya que sugiere con firmeza que los bebés reconocen discrepancias entre 1, 2 y 3, incluso en su etapa prelingüística. Los infantes en cuestión tenían cinco meses de media. Estudios más recientes han examinado el conocimiento numérico de bebés más pequeños, incluyendo recién nacidos (analizaremos uno de esos estudios en breve). Wynn reclutó a treinta y dos bebés para participar en el estudio. A la mitad de ellos se les asignó una tarea que pretendía comprobar su habilidad para sumar 1 + 1, mientras que la otra mitad participó en un test para valorar su destreza a la hora de restar 2 – 1.[3]

¿Cómo hizo Wynn las pruebas de estas dos tareas a estos bebés de cinco meses? Se usó el siguiente métodos, ingeniosamente simple: los infantes se colocaron de uno en uno enfrente de una vitrina que contenía una muñeca que, de manera natural, atraía su atención. Esta urna incorporaba una pantalla opaca que podía levantarse: cuando se activaba, la muñeca dejaba de estar visible. Además, había dos agujeros, uno a cada lado de la vitrina, que resultaban cruciales. Después de que la atención de los bebés se dirigiese a la muñeca, la pantalla se levantaba para bloquearles la visión. Al lado, el investigador que llevaba a cabo el experimento introducía una mano a través de la puerta lateral mientras con la otra sujetaba una nueva muñeca, idéntica a la que tapaba la pantalla. Los bebés podían ver la mano junto con el elemento que sujetaba, a través del hueco entre la pantalla y el lateral de la vitrina. Desde la perspectiva de los bebés, ahora se añadía un segundo elemento a la primera muñeca, oculta tras la pantalla. Aquí es donde aparece un truco metodológico clave: la vitrina estaba equipada con una puerta secreta a través de la cual el investigador podía eliminar el elemento original, fuera de la vista de los bebés, mientras el segundo juguete, idéntico, se añadía. De modo que, aunque los bebés veían que a un objeto se añadía otro, en realidad el original podía eliminarse al mismo tiempo detrás de la pantalla, un hecho desconocido para los niños. Finalmente, la pantalla se bajaba una vez añadido el segundo objeto. Bajo una condición de «resultado posible», se revelaban entonces dos objetos idénticos, conforme a lo que los bebés habían percibido.

Bajo una condición de «resultado imposible», el bajar la pantalla mostraba solo una muñeca, ya que la original se había eliminado usando el truco de la puerta secreta de la vitrina.

Dado que los humanos, incluidos los bebés, observan durante más tiempo eventos inesperados y nuevos, Wynn formuló la hipótesis de que los pequeños de su estudio se quedarían mirando más tiempo bajo la condición de resultado imposible. Es decir, si veían un elemento que se añadía a otro idéntico pero luego descubrían que el resultado de esta adición era que solo quedaba un elemento, de algún modo se mostrarían perplejos. Por el contrario, si dos elementos resultaban evidentes después de la adición del segundo, estarán impertérritos por el resultado esperado. Dicho de otra manera, si los bebés de cinco meses reconocen que 1 + 1 es igual a 2 y no 1, dicho test revelaría ese reconocimiento. La predicción directa era que los bebés observarían más tiempo la vitrina de la condición de resultado imposible, cuando 1 + 1 aparecía como igual a 1, en lugar de 2. Y sí, miraron más tiempo. A un nivel estadísticamente significativo, los pequeños se fijaron más rato en la urna cuando la pantalla se bajaba y solo mostraba un elemento.

Para la prueba de la resta, se usaban la misma vitrina y los mismos elementos, pero se invertía la secuencia de eventos de la que eran testigos los bebés. Primero, la atención de estos se dirigía a dos muñecas en el medio de la urna. Luego, se levantaba la pantalla, impidiendo a los bebés ver las figuras. Acto seguido, la mano vacía de un investigador llegaba a la vitrina (seguía siendo visible a través del hueco entre la pantalla y el lateral de la urna). La mano quitaba una de las muñecas de detrás de la pantalla, de manera que los bebés pudieran ver la acción. Bajo la condición de resultado imposible, la puerta secreta se usaba para añadir una muñeca extra idéntica mientras tenía lugar la extracción observable. Como resultado, dos muñecas aparecían cuando se bajaba la pantalla, a pesar del hecho de que resultaba evidente que una se había extraído. Bajo una condición de resultado posible, no se incoporaba ninguna muñeca adicional a través de la puerta secreta y cuando se bajaba la pantalla después de la extracción visible de uno de los elementos, solo quedaba uno. Para esta tarea de sustracción, los resultados eran bastante similares a los obtenidos para la tarea de adición: los bebés miraban más tiempo el, en apariencia, resultado imposible. Si veían que una de las dos muñecas originales se había eliminado, esperaban que solo quedase una. Los pequeños parecían reconocer que 2 – 1 = 1. En resumen, los resultados de ambas tareas en el estudio de Wynn sugieren que los bebés prelingüísticos pueden distinguir uno de dos objetos. Desde su estudio exploratorio, se han utilizado métodos más nuevos para explorar este tema con mayor cuidado. Como resultado, ahora se está de acuerdo de manera generalizada con que los infantes diferencian de uno a tres elementos, de manera consistente.

El segundo estudio de conocimiento infantil que discutiremos apareció alrededor de ocho años después de las publicaciones del estudio de Wynn. Sus autoras eran dos psicólogas, Fei Xu y Elizabeth Spelke (esta última, una investigadora y profesora de Harvard, es una de las psicólogas del desarrollo más influyentes del mundo). Abordamos los hallazgos del estudio aquí porque ofrece gran apoyo a la existencia de un sentido numérico aproximado, demostrando de manera clara que los bebés en la etapa prelingüística son capaces de reconocer, *grosso modo*, diferencias cuantitativas entre conjuntos más grandes.[4]

Veamos cómo fue el primer experimento en el estudio de Xu y Spelke. Se acostumbraba a dieciséis bebés, con una media de seis meses, a un monitor blanco con 8 o 16 puntos negros. Esto significa que se presentaba a los bebés estímulos hasta que estaban aburridos de ellos, o no los encontraban ya novedosos. Se consideraba que estaban habituados cuando dejaban de mirar el estímulo o cuando habían visto catorce formaciones de puntos consecutivos. Bajo la condición de 8 puntos, se mostraba a los bebés, hasta que se acostumbraban, muestras de 8 puntos que iban variando en tamaño, configuración y brillo. Bajo la condición de 16 puntos, se les presentaba, hasta que se acostumbraban, muestras de 16 puntos que también iban cambiando según parámetros como el tamaño y la configuración. Para ambas condiciones, a los bebés se les enseñaba luego monitores de 8 o 16 puntos después de haberse habituado a la cantidad inicial. Bajo la primera condición, los conjuntos de 16 puntos posteriores a la aclimatación representaban un estímulo novedoso, después de que los bebés solo hubieran visto conjuntos de 8 con anterioridad. Bajo la segunda condición, era cierto lo inverso: los conjuntos de 8 puntos posteriores a la aclimatación resultaban algo nuevo, ya que los bebés previamente habían estado viendo conjuntos de 16. O al menos nosotros, como adultos familiarizados con los números, reconoceríamos dichos conjuntos como novedosos, porque sabemos que 16 no es lo mismo que 8. Pero ¿qué pasa con los pequeños que nunca han aprendido a contar y ni siquiera hablan? Los resultados de Xu y Spelke ofrecen evidencias convincentes de que también los bebés pueden reconocer la diferencia entre 8 y 16 elementos.

Los resultados del primer experimento fueron claros: los bebés tienden a miran un par de segundos más las pantallas que contienen una cantidad de puntos distinta de aquellas a la que han sido acostumbrados. De modo que si se habían habituado a ver grupos de 8 puntos, observaban significativamente más tiempo los grupos de 16. A la inversa, si se habían habituado a los de 16 puntos, miraban más tiempo los de 8. La atención visual de los pequeños demostró con claridad que reconocían la diferencia entre 8 y 16, sin considerar otras variables como el tamaño de los puntos o su configuración. En otras palabras, incluso para cantidades grandes, la mayoría de los bebés parece que son capaces de reconocer disparidades numéricas, al menos cuando la razón entre los conjuntos comparados es grande.[5] Esta última exoneración crucial, sin embargo, resulta evidente a partir de los resultados del segundo experimento de Xu y Spelke. Para esta otra prueba, las investigadoras replicaron su primer experimento con una diferencia significativa: probaron la habilidad de los bebés para reconocer la disparidad entre conjuntos de 8 y 12 puntos, en lugar de 8 y 16. En este caso, donde la razón entre cantidades se reducía a 2:3 (8:12) de 1:2 (8:16), los resultados cambiaron de forma drástica. Los patrones de mirada de los bebés no reflejaron reconocimiento de la disparidad entre 8 y 12 puntos.

Estas conclusiones, así como las de otros estudios relacionados llevados a cabo por psicólogos del desarrollo, ofrecen evidencias convincentes de que los bebés pueden reconocer disparidades entre grandes conjuntos de elementos, siempre y cuando estas reflejen al menos una razón de 1:2. Esto evidencia un sistema numérico aproximado innato, al igual que el trabajo de Wynn mostraba un sistema numérico exacto. Ambos sirven como precursores cognitivos cruciales para el conocimiento numérico más refinado de los adultos. Aunque, como vimos en el capítulo 5, dicho razonamiento cuantitativo refinado adulto depende de la intervención lingüística. Xu y Spelke señalaron esto al discutir nuestras dos capacidades numéricas innatas; en sus palabras, «cuando los niños aprenden el significado de las palabras para los números y el propósito de un rutina para contar, quizás logren juntar estos dos tipos de representación para formar una unitaria, inequívocamente humana, y una noción dependiente del lenguaje de número discreto».[6] Lo cual no es sugerir que este proceso de unificación es simple o directo, de hecho sigue existiendo mucho debate entre los especialistas sobre cómo sucede exactamente esta acción de «juntar».

Dicha investigación empírica demuestra que los bebés humanos pueden reconocer algunas disparidades numéricas a temprana edad. Los sentidos numéricos exacto y aproximado difícilmente nos permiten resolver con rapidez y precisión la mayoría de problemas matemáticos, pero sí nos dan cierta ventaja; aunque los estudios en cuestión no demuestran que los bebés humanos están equipados con conceptos numéricos abstractos de verdad. Reconocer la diferencia entre una y dos muñecas, o entre 8 y 16 puntos en una pantalla, implica solo que los bebés se siente atraídos por disparidades numéricas visuales, pero —alguien podría argumentar— dicho reconocimiento no implica que los bebés piensen en cantidades de manera abstracta, manera que no dependa de la percepción visual. Dicho de otro modo, la diferenciación cuantitativa infantil podría no ser intersensorial o multimodal. Por ejemplo, en la modalidad visual, los bebés podrían reconocer que dos peluches de león son distintos de un peluche de león, y, en la modalidad auditiva, también podrían reconocer que dos pitidos tocados secuencialmente suenan diferente que un único pitido. Pero esta apreciación física de las disparidades en las dos modalidades separadas no implica de manera necesaria que reconozcan alguna conexión entre, por ejemplo, dos pitidos y dos leones. Dicho reconocimiento multimodal de similitud de cantidades ofrecería evidencias más fuertes de que lo que está sucediendo en la mente de los bebés es pensamiento numérico de una manera más abstracta y auténtica. Como era de esperar, los experimentos recientes han buscado probar el reconocimiento multimodal de las cantidades por parte de los bebés.

Algunas de estas pruebas más actuales han abordado también otro problema potencial con trabajo previo sobre el conocimiento numérico de los bebés: la avanzada edad de los sujetos. Esto podría parecer un problema inusual, dado que los niños en el estudio de Wynn, por ejemplo, solo tenían cinco meses. Pero establecer la existencia de una habilidad cognitiva concreta a dicha edad no necesariamente implica que sea innata. En realidad, la evidencia a tan temprana edad apoya afirmaciones de instintos matemáticos, pero no está claro a qué habilidades cuantitativas empiezan a acercarse los bebés de modos culturalmente específicos, incluso siendo tan jóvenes. Y merece la pena tener en mente que la investigación de la mayoría de los psicólogos del desarrollo está dedicada a explorar el conocimiento numérico de bebés en culturas occidentales e industrializadas, de modo que los resultados ofrecen poca información en lo que respecta a cualquier influencia intercultural sobre pensamiento matemático en los primeros meses de la infancia.[7]

El tercer estudio influyente que examinaremos, dirigido por la psicóloga Veronique Izard y sus colegas (incluída Elizabeth Spelke), aborda las dos cuestiones controvertidas precedentes. Los resultados fascinantes de las pruebas demuestran que los bebés pueden reconocer algunas disparidades entre cantidades de forma abstracta y multimodal y que son capaces de hacerlo poco después de su nacimiento. Izard y su equipo encontraron a padres dispuestos a permitir que sus recién nacidos participasen en el estudio. De hecho, tuvieron que encontrar muchos padres dispuestos, ya que solo una fracción de los bebés seleccionados para la participación contribuyó finalmente a los resultados del estudio. Se eligieron sesenta y seis bebés, pero cincuenta de estos se excluyeron de la muestra real debido a susceptibilidades u otros problemas, como quedarse dormidos. Esto nos da alguna indicación de cómo de difícil es llevar a cabo dicho estudio. Aquellos de nosotros que hacemos investigación intercultural en lugares remotos como la selva del Amazonas o las zonas montañosas de Nueva Guinea podríamos quejarnos de los retos particulares a los que nos enfrentamos cuando hacemos trabajo de campo, pero es poco probable que nos encontremos con sujetos que se queden dormidos en mitad de un experimento. Los bebés que al final participaron en el estudio de Izard y sus colegas tenían, de media, solo 49 horas de vida. Una edad tan pequeña nos permite descartar, con un alto grado de seguridad, la influencia sobre su experiencia vital. Como indicamos con anterioridad, los niños se encuentran con cantidades regulares en la forma de sus dedos, en el útero. Además, el latido de corazón de la madre y la voz son audibles para un bebé prenatal, lo que da cierta familiarización con intervalos regulares de estímulos auditivos. Pero parece sumamente improbable que factores experimentales y culturales impacten en el modo en que el conocimiento numérico se desarrolla en el útero. Además, el estudio de Izard y sus colegas demuestra que los humanos son capaces de discriminar de forma visual cantidades poco después de nacer y, por supuesto, no han estado expuestos a cantidades de elementos visibles en el útero.[8]

Izard y sus compañeros ofrecieron evidencia clara de que los recién nacidos pueden usar su sistema numérico aproximado para la comparación abstracta de cantidades en diferentes modalidades. Se les cantaba a los bebés series de sílabas como «tu-tu-tu-tu» o «ra-rara-ra», que contenían un número de sílabas constante, cada una de las cuales se separaba por una breve pausa. Por ejemplo, un bebé podía oír cuatro sílabas, seguidas de una pausa, seguidas de cuatro sílabas más, etcétera. Los estímulos auditivos sonaban durante dos minutos, durante los cuales cada bebé se habituaba a la cantidad de sílabas. Después de estos dos minutos, al bebé se le presentaban imágenes en la pantalla de un ordenador. Estas contenían conjuntos de un número particular de formas, con bocas y ojos coloreados de manera llamativa (para atraer la atención de los bebés), los cuales coincidían o no en número con la secuencia de sílabas que el bebé acababa de oír repetidamente. Izard y sus colegas elaboraron una hipótesis para eso: si los bebés tienen una apreciación multimodal abstracta de las cantidades, entonces deberían exhibir diferentes respuestas a los conjuntos visuales presentados después de las sílabas. Deberían mirar más tiempo ciertos conjuntos, dependiendo de si estos coinciden en número con la serie de sílabas que acaban de oír. Y eso es exactamente lo que los investigadores observaron. Por ejemplo, al sonar una secuencia de cuatro sílabas, los bebés solían mirar durante más tiempo la pantalla cuando contenía cuatro imágenes que cuando contenía doce. También se fijaban más rato cuando había cuatro imágenes que cuando había ocho; aunque la discrepancia de tiempo mirando era mayor en la primera situación, ya que la diferencia entre 4 y 12 es más pronunciada que entre 4 y 8. Si oían una secuencia de seis sílabas, a continuación miraban más tiempo cuando la pantalla mostraba seis imágenes que cuando tenía dieciocho. La diferencia del tiempo de observación en las condiciones de coincidencia y no coincidencia a menudo excedía los 10 segundos, que no es un resultado precisamente sutil. En resumen, los patrones de mirada de los bebés corresponden con claridad a su interés relativo agudizado en cantidades iguales, como si estuviesen apreciando una correspondencia nueva entre modalidades. Los hallazgos de Izard y sus compañeros dan apoyo a la afirmación de que los humanos nacen con una habilidad para aproximar numéricamente grandes conjuntos de elementos, mientras que también sugieren que esta destreza es abstracta y no está vinculada solo a un sentido particular, como la visión.

Los tres estudios que hemos tratado aquí muestran parte de la innovación en la cual los psicólogos del desarrollo están explorando el pensamiento numérico de los bebés. Los estudios son congruentes con las conclusiones básicas pronosticadas antes de esta discusión: los humanos tienen una comprensión abstracta de los números innata, evidente incluso poco después de nacer. Tienen sentidos numérico exacto y aproximado innato.[9]

CONTAR Y LOS NIÑOS

De modo que los bebés parecen estar preequipados con sentidos numéricos al nacer; aunque la existencia de estos solo recorre parte del camino para completar nuestra imagen de cómo los humanos son capaces de tener un pensamiento matemático. En cierto modo, el grueso del misterio sigue existiendo, ya que no está claro cómo nuestros sentidos innatos resultan apropiados para el pensamiento aritmético. Dado lo básicos que son estos sentidos numéricos, ¿cómo hacemos el trabajo importante de reconocimiento de que, por ejemplo, los pulpos tiene un número específico de tentáculos, no solo alguna cantidad vaga? Dicha diferenciación cuantitativa básica no nos viene dada por nuestros sentidos innatos. De modo que ¿cómo llegamos del punto A (diferenciación cuantitativa innata simple) al punto B (diferenciación exacta de todas las cantidades)? ¿Cómo nos sumergimos de verdad en el reino de los números naturales? Un modo de encontrar la respuesta o las respuestas potenciales a esta pregunta es explorar cómo los niños progresan en su razonamiento cuantitativo a medida que crecen. Muchos psicólogos han llevado a cabo, y continúan realizando, dichas exploraciones. Aquí inspecciono unos pocos hallazgos ilustrativos descubiertos durante estas investigaciones. Los estudios resumidos aquí son, en mi opinión, representativos de los tipos de métodos que se están usando para refinar nuestra comprensión de cómo los niños aprenden conceptos numéricos. Pero debería tenerse en mente que hay, literalmente, miles de estudios publicados en este amplio tema. Los discutidos aquí sirven para demostrar que la progresión hacia el conocimiento de los números naturales es muy meticulosa y gradual. Y que requiere una práctica repetida con estímulos lingüísticos.

Hasta la última parte del siglo XX, las habilidades numéricas de los niños en preescolar normalmente se subestimaban. Se creía que no aprendían la mayoría de conceptos numéricos básicos hasta que tenían más o menos cinco años. Parte de la evidencia para esto era el comportamiento de los niños de cuatro años en las llamadas pruebas de conservación. En estos test, se muestran dos líneas de objetos a los pequeños, por ejemplo, una de seis vasos y otras de seis botellas. Estas filas se presentan en una correspondencia uno a uno, de modo que está presuntamente claro que los dos conjuntos son iguales en número. Cuando se pregunta qué línea de objetos es mayor en número, los niños suelen responder que son iguales. Entonces, si el investigador amplía la distancia entre los objetos en una hilera de modo que, por ejemplo, la de vasos es más larga que la de botellas, la respuesta de los niños puede cambiar. Sus contestaciones en los primeros experimentos sobre la conservación de cantidad a menudo indican que piensan que el número de elementos en las dos líneas difiere después de que una de estas se alargue. Afirmarían, por ejemplo, que había más vasos que botellas, aunque no se añadan vasos ni se quiten botellas. En otras palabras, a juzgar por estas simples tareas de conservación, los niños menores de cinco años nunca reconocen que la cantidad se mantiene sin importar la longitud de las líneas de estímulos comparadas. Un cambio en el tamaño total de un conjunto de estímulos parece confundir la percepción infantil del número de estos.

Pero en la práctica, los niños pequeños son —al menos a veces— capaces de conservar las cantidades, es decir, pueden reconocer cuál de los dos conjuntos de elementos es mayor en número, sin importar la longitud de los conjuntos. Ahora, algunos experimentos han demostrado que los resultados obtenidos en las primeras tareas de conservación se debían en cierto modo a la confusión por parte de los pequeños en lo que respecta a los objetivos de los investigadores. Ponte en el lugar de un niño en dicho experimento por un segundo. Si un adulto, que presupones que comprende mucho más sobre cómo funcionan las cosas que tú, se te presenta con dos conjuntos visualmente distinguibles y te pregunta cuál tiene «más», aunque resulte evidente que son iguales en número (dada su correspondencia uno a uno), ¿qué responderías? Es difícil de decir, por supuesto, pero quizás interpretases su pregunta de la mejor manera para que sus motivos, presuntamente puros, tuviesen sentido, quizás interpretando que la línea que tiene «más» sea la que cubre más espacio, en lugar de la que tiene más objetos en ella. Quizás asumas que la hilera más larga debe tener más de algo (espacio) que la otra, porque, de no ser así, el adulto de manera deliberada estaría preguntando algo engañoso, y ¿por qué un adulto haría eso? En otras palabras, dichas tareas de conservación simple pueden de forma potencial decir poco sobre el conocimiento numérico de los niños y podrían, en su lugar, decir más sobre cuánto se esfuerzan estos para hacer deducciones sociales durante las conversaciones con adultos.

Esta última posibilidad cuenta con el respaldo de una investigación más reciente sobre este tema, la cual ahora ha demostrado que, en pruebas de conservación, algunos niños pequeños sí reconocen cuando una fila tiene más elementos en ella. En realidad, ya hace décadas, un estudio que introducía una innovación metodológica interesante fue el primero que demostró esto. En él, los investigadores presentaron líneas de elementos que los niños querían comer, en concreto M&M’s. Por ejemplo, los alumnos de preescolar veían dos hileras en una correspondencia uno a uno, cada una contenía cuatro M&M’s. Luego se alteraban las líneas, de modo que una de ellas se hacía ahora más corta que la otra, pero contenía seis M&M’s en lugar de cuatro. Según los hallazgos anteriores, se habría esperado que los niños percibiesen que la fila más larga tenía más golosinas, si simplemente se les pidiese que escogiesen la línea con más elementos. Sin embargo, cuando se les solicitaba que eligieran una hilera para comérsela, la mayoría prefería la que tenía el mayor número de golosinas, incluso aunque fuese más corta. No habrían sido capaces de hacerlo si no reconociesen cantidades discretas independientemente de su espaciado. Los psicólogos infantiles ahora han encontrado que los pequeños son más capaces de resolver esta tarea de lo que una vez se pensó, aunque sigue el debate en lo que respecta a la edad a la que los niños son capaces de dicha conservación de cantidades.[10]

Para comprender mejor cómo tiene lugar la inmersión numérica de los niños, tomaremos los resultados de un influente estudio reciente sobre el desarrollo del conocimiento de los niños, que fue dirigido por las psicólogas de Harvard Kirsten Condry y la ya mencionada Elizabeth Spelke. A través de una serie de experimentos, la investigación demuestra que cuando los niños de tres años aprenden las palabras para los números, al principio tienen solo una idea pobre del significado de esas palabras. De hecho, este hallazgo general ha sido respaldado por muchos estudios posteriores: los pequeños no comprenden realmente el significado de los números cuando los aprenden por primera vez. En el estudio en cuestión, los investigadores examinan qué representan las palabras para números para los niños de tres años, centrándose en esta edad en parte porque los pequeños ya han estado expuestos a estos términos, pero no han tenido grandes clases de matemáticas. Normalmente pueden recitar los números del «uno» al «diez». Los hallazgos de estas pruebas demuestran que los niños de tres años tienen solo una comprensión muy básica de los conceptos asociados con dichas palabras. Comprenden, por ejemplo, que una etiqueta como «ocho» se usa para describir un conjunto de objetos con una cantidad específica. También reconocen que un término como «ocho» se refiere al tamaño de un conjunto diferente del que se nombra con la palabra «dos».

El estudio también reveló que los niños de tres años no son conscientes de cuánto es «ocho», ni si es siempre más que «cuatro» (entre otros fallos). En otras palabras, aunque los pequeños saben cómo recitar los números del «uno» al «diez», no comprenden los conceptos asociados del mismo modo que lo hacen los adultos. Todavía les falta reconocer que estas palabras se refieren a cantidades específicas. Finalmente, la aptitud innata de los niños para discriminar 1 de 3 les ayuda a dar sentido a los términos para números cuando los oyen a su alrededor. Ganan en apreciación del verdadero significado de palabras como «uno», «dos» y «tres», al menos en parte, gracias a su sentido numérico innato. Este reconocimiento sirve de arranque para darse cuenta de que otras palabras usadas para contar también se corresponden a cantidades secuenciales precisas. Pero comprender esto último solo se produce de manera gradual. Sin duda, no se trata de que, cuando los niños aprenden las palabras para números de la mayoría de las cantidades, simplemente estén etiquetando conceptos con los cuales ya están familiarizados.[11]

Dicha investigación ayuda a revelar cómo se construyen los números exactos en las mentes de los niños a lo largo del tiempo, a medida que se exponen a las palabras para números y a las prácticas de conteo en su entorno particular. El consenso en la psicología del desarrollo resulta evidente: las habilidades de diferenciación de cantidades son innatas solo *grosso modo*, y se necesita un andamiaje lingüístico y cultural para construirlas. Como vimos en el capítulo 5, estos andamios no son un hecho universal en las culturas del mundo, pero normalmente están presentes. Aunque la base numérica empleada varía entre las poblaciones —o el alcance, para el cual dependen de las matemáticas formales—, la gran mayoría de las culturas tienen sistemas numéricos y formas asociadas para contar. Y estas estrategias verbales, que a menudo se apoyan en el contar con los dedos o en algún otro sistema de palitos, son cruciales para el desarrollo de los conceptos numéricos en las mentes de los niños.[12]

Mientras que muchos de los detalles en relación a la adquisición de números en la infancia siguen siendo imprecisos, hay algunos principios bien establecidos que los niños adquieren después de estar expuestos de manera consistente a términos numéricos y otras tecnologías asociadas a contar. Uno esencial aprendido por los pequeños es el principio sucesor, que se suele adquirir alrededor de los cuatro años, el cual se refiere al ser consciente de que cada número en una secuencia de conteo se refiere a una cantidad que es exactamente una unidad mayor que la nombrada justo antes. Una comprensión del principio sucesor implica que los niños han entendido que los números no solo se refieren a cantidades de manera arbitraria, sino que las secuencias numéricas están estructuradas de modo que los números etiquetan cantidades que difieren de la anterior en una y solo una unidad.[13]

Otra parada clave en la ruta al pensamiento aritmético se conoce como el principio cardinal. Cuando los niños adquieren este principio, reconocen que el último número dicho cuando cuentan elementos describe la cardinalidad o cantidad del conjunto de elementos enteros que se están contando. Tras alcanzar la etapa de conocimiento del principio cardinal, los pequeños reconocen que cada número describe de manera precisa un conjunto de un tamaño particular. Darse cuenta de esto es gradual y algo que no se logra con facilidad, lo que hace que el tiempo que se tarda en alcanzarlo varíe de un niño a otro, aunque estos atraviesan etapas predecibles en su camino a ese logro. Primero son «los conocedores de uno», pues saben que la palabra para «uno» representa los conjuntos con uno y solo un elemento. Luego pasan a ser los conocedores de dos, luego los de tres, y solo más tarde aprenden el principio cardinal. Se convierten en conocedores de uno, conocedores de dos y conocedores de tres con relativa facilidad, al menos en parte debido a su habilidad innata para poder reconocer de 1 a 3 objetos de manera precisa.

El principio cardinal ayuda a los niños a apreciar la equinumerosidad (es decir, que dos conjuntos cualesquiera con el mismo número de elementos pueden relacionarse mediante una correspondencia uno a uno). Este logro fantástico requiere meses e incluso años, tiempo durante el cual los pequeños son bombardeados con estímulos lingüísticos que ayudan a que este conocimiento clave se haga posible. Pero, como vimos en el capítulo 5, no todos los niños del mundo se ven bombardeados de este modo. Como los infantes en algunas culturas no están expuestos lo suficiente a estímulos necesarios, resulta poco probable que se familiaricen con el principio cardinal y reconozcan de manera sistemática la correspondencia uno a uno entre los conjuntos grandes que son idénticos en número. Explicado de otro modo, los resultados observados con poblaciones anuméricas ya se habían predicho con el trabajo de los psicólogos del desarrollo que han iluminado el modo en el cual los niños en las culturas con habilidades aritméticas aprenden los números.[14]

Los mecanismos a través de los cuales las palabras para los números y contar producen abstracciones como el principio cardinal están todavía siendo desarrollados experimentalmente. Resulta interesante el trabajo reciente de un equipo de psicólogos que ha mostrado que los gestos manuales ayudan a recorrer el camino en el proceso de unir los conceptos numéricos con las palabras. El grupo incluía a Susan Goldin-Meadow, una psicóloga de la Universidad de Chicago que durante mucho tiempo ha estado en la vanguardia del estudio de los gestos humanos y los procesos cognitivos asociados. En series de tareas experimentales con 155 niños, los investigadores examinaron los gestos numéricos de los pequeños de tres a cinco años. Encontraron que, para los que todavía no entendían el principio cardinal, el uso de las palabras para denotar cantidades era más limitado que el uso de los gestos para referirse a las mismas cantidades. Los niños eran mejores al hacer referencia a cantidades pequeñas de manera exacta con señas de las manos en vez de con palabras. Como los investigadores señalaron, sus resultados demuestran que «antes de que los niños aprendan los significados cardinales de las palabras para números "dos" y "tres", ya son capaces de acceder a representaciones no verbales de conjuntos de este tamaño y comunicarlos usando gestos».[15] Además, los psicólogos encontraron que los pequeños que no conocen todavía el principio cardinal son también mejores para etiquetar de manera aproximada grandes conjuntos con sus dedos en lugar de con sus palabras. La representación gestual de algunos conceptos numéricos parece preceder a la verbal. Quizás no es sorprendente, dadas las ventajas inherentes de los dedos en la representación de cantidades cuando se comparan con las palabras. Las manos pueden mostrar de manera icónica el número de elementos en un pequeño conjunto a través de una correspondencia uno a uno, con dedos distintos usados simultáneamente para representar cada elemento. Los niños también pueden aproximarse a grandes cantidades más fácilmente mostrando de manera sencilla una mano y dos manos. Por el contrario, en general, las palabras resultan arbitrarias, deben memorizarse y los pequeños no pueden colocarlas con facilidad en una correspondencia exacta o aproximada con un conjunto dado de objetos.

Esta ventaja ontogenética de los dedos y las manos es también evidente en los patrones interlingüísticos en terminología numérica discutidos en el capítulo 3. Después de todo, las palabras para los números normalmente proceden de los dedos y de las manos, que fueron lo que se usó primero para representar cantidades («primero» tanto en sentido histórico como ontogenético). No obstante, la adquisición final de palabras para los conceptos numéricos facilita en gran medida la manipulación mental de cantidades: como niños aprendimos a referirnos a cardinalidades precisas mediante referencias léxicas (que son verbales para la mayoría de los pequeños, pero por supuesto los niños sordos pueden también usar con rapidez signos lingüísticos de manera precisa y hacer referencia a cantidades).

A través de la adquisición de palabras para números y de la destreza para contar, los niños se hacen conocedores de los principios sucesor y cardinal, y también se dan cuenta de que las cantidades grandes son iguales si pueden colocarse en una correspondencia uno a uno, es decir, saben qué es una igualdad exacta. Observa que, a pesar de los sentidos numéricos innatos de los humanos, ninguno de estos principios se nos da al nacer. Tenemos que trabajar con ahínco para conseguirlos, durante el transcurso de muchos años en nuestra infancia. Y solo hacemos este trabajo duro si somos alimentados por aquellos a nuestro alrededor con los dones de los números y el contar (a veces, literalmente, mientras nos están dando de comer). Aquellos cuyas culturas nativas no tienen (muchos) números o prácticas de conteo no están dotados de las mismas herramientas para facilitar este trabajo.[16]

CONCLUSIÓN

Por tanto, ¿cómo llevamos a cabo con exactitud el trabajo de construir sobre nuestras sencillas capacidades innatas de razonamiento numérico? ¿Cómo erigimos el edificio del pensamiento numérico inequívocamente humano? Una explicación influyente y plausible es la que ofrece la psicóloga de Harvard, Susan Carey: primero los niños aprenden las palabras para contar, aunque estas son solo voces que constituyen una secuencia memorizada, pues no reconocen la asociación precisa entre «dos» y la cantidad 2, por ejemplo.

En esencia, las palabras sirven como referentes para conceptos que serán completados más tarde. Con tiempo y una exposición suficiente a dichas palabras para los números, se dan cuenta de que los términos para contar tienen significados precisos asociados con conceptos que se distinguen con facilidad. Como poseen una capacidad nativa para distinguir entre conjuntos de 1, 2 y 3 elementos, cuentan con una base natural para percibir qué representan «uno», «dos» y «tres», del mismo modo que disponen de otras bases naturales para apreciar otras distinciones lingüísticas, como el plural frente al singular. Llegan a reconocer que estas palabras describen cantidades particulares y, con la suficiente exposición, averiguan las cantidades correctas que corresponden a esos términos. Como comenté con anterioridad, primero se hacen conocedores del uno, luego conocedores del dos y luego conocedores del tres. También llegan a deducir que las otras voces para números que aprendieron en una secuencia deben corresponder a otras cantidades que también son precisas. Se dan cuenta de que la secuencia de palabras corresponde a la secuencia de cantidades que difieren en uno, de modo que «tres» y «cuatro» tienen la misma relación aditiva que «dos» y «tres». El sentido numérico aproximado les da una percepción básica de que las cuantías mayores son distinguibles, por lo que probablemente juegue algún papel en el proceso de la adquisición de otros números. Por último, los niños acaban siendo conscientes de que «cinco» significa uno más que «cuatro», «seis» uno más que «cinco», etcétera. Con la suficiente familiaridad y práctica, captan de verdad el principio sucesor, el principio cardinal, la existencia de igualdad exacta para cantidades mayores, etcétera.[17]

En esencia, los pequeños se dan cuenta de lo que ya tienen —digamos que «tres» es uno más que «dos»— y construyen otros conceptos por analogía, como que «seis» es uno más que «cinco». Las palabras sirven como indicadores en este proceso, permitiendo a los niños saber que hay concepciones numéricas precisas que todavía deben generarse. Aprender los números es un proceso no tanto de etiquetar conceptos, sino de «conceptualizar etiquetas».[18] Estas últimas, en este caso palabras para números secuenciales cuyos significados los niños no comprenden totalmente al inicio, sirven como referentes para los conceptos que más tarde completarán de manera más adecuada. Este proceso de crear nuevos conceptos a partir de antiguos para dar sentido a palabras cuyo significado no está formado por completo recibe a veces el nombre de *bootstrapping* conceptual (que podría traducirse como «impulsador»). Los niños levantan el vuelo conceptual por sí solos, mediante impulsos numéricos sencillos.

En su forma básica, esta explicación se ha respaldado en la actualidad con muchas investigaciones, aunque principalmente con niños de grandes sociedades industrializadas. Como consecuencia, existe un consenso claro de que las palabras para números son esenciales para la expansión del desarrollo del razonamiento cuantitativo humano más allá de nuestro razonamiento innato limitado. Los términos para números constituyen la clave para desbloquear el potencial de nuestros dos sentidos numéricos, o al menos para hacer significativamente más fácil desbloquear este potencial. La práctica con las palabras para números y contar nos ayuda a transferir el reconocimiento de cuantías exactas a cantidades grandes que identificaríamos de una manera dificultosa o errática de otro modo. Esta historia es convincente, creíble y está bien respalda por estudios empíricos. Es importante notar el papel destacado que juega el lenguaje en esta explicación. La comprensión infantil de distinciones numéricas es un logro fantástico, pero es uno que depende en gran medida de las palabras para números y las prácticas de conteo.[19]

De manera inevitable, esta discusión está truncada: no hemos considerado varios hallazgos excitantes relacionados con los modos en que los niños aprenden los números y las habilidades cuantitativas asociadas con eso. No obstante, esta discusión ha enfatizado algunos de los hallazgos cruciales relevantes a nuestro propósito mayor de esclarecer el papel que los números juegan en nuestras vidas y el que han desempeñado a lo largo de la historia de la humanidad. Los números y las rutinas de contar transforman cómo los niños piensan en cantidades, proporcionan un nuevo nivel de precisión al pensamiento numérico humano, que no es simplemente un producto del desarrollo natural del cerebro, sino que es el resultado de crecer en culturas determinadas con tradiciones de conteo y otras habilidades relacionadas desarrolladas. Estas tradiciones y habilidades dependen, en esencia, de las palabras para los números.

7

Las cantidades en los cerebros de los animales

Recientemente los científicos que trabajan con animales han estado profundizando sobre la inteligencia de otras especies, llegando a conclusiones novedosas. En los laboratorios y sobre el terreno de diversas partes del mundo, los investigadores están demostrando que los primates y muchos otros tipos de animales son más listos de lo que cabría esperar o, al menos, más listos de lo que pensábamos. Veamos un ejemplo de una tarea cognitiva compleja usada para probar la inteligencia de los primates, una tarea implementada por los científicos del Instituto Max Planck de Antropología Evolutiva de Leipzig, Alemania. Se coloca a un chimpancé en una habitación con un cilindro de plexiglás transparente unido a la pared. Este cilindro es estrecho y bastante profundo (5 centímetros de diámetro y 26 centímetros de largo), lo que hace imposible que los dedos del animal alcancen su fondo. En el interior del cilindro, un investigador ha colocado un cacahuete. Como a los chimpancés les gustan estos frutos, el animal quiere comérselo, pero no puede hacerlo (algo quizás cruel, si lo vemos desde su perspectiva). Por fortuna, existe una solución para este escenario, aunque al principio no esté clara. Colocado a un metro del cilindro hay un dispensador de agua, del cual el chimpancé puede beber. Este depósito no se puede mover, al igual que el cilindro, así que ¿qué hace un chimpancé hambriento? Quiere el cacahuete, pero no puede usar sus manos y tampoco tiene acceso a ninguna herramienta larga sólida para tratar de clavar el fruto con ella (los chimpancés son salvajes y se sabe que utilizan utensilios punzantes, por ejemplo, para matar galágidos y conseguir un poco de proteína). Pero lo que el chimpancé sí tiene es una herramienta líquida. El agua puede beberse. Cuando se ven en esta situación, muchos niños humanos encuentran dificultades para hallar la solución. De hecho, cuando a un pequeño de cuatro años que se le da esta tarea casi siempre fracasa: los niños solo tienen éxito de manera bastante sistemática alrededor de los ocho años. La solución, por supuesto, es transferir el líquido del dispensador de agua al cilindro, lo que provoca que el cacahuete flote hasta una posición alcanzable. Una proporción significativa (aproximadamente un quinto) de los chimpancés son capaces de darse cuenta de que deberían usar sus bocas para hacer que el cacahuete suba hasta situarse cerca de la superficie. Y así, escupen agua sobre el fruto, un trago cada vez. Algunos son lo suficientemente persistentes como para lograr que, después de varios viajes, el cacahuete flote en los más alto del cilindro, lo que les permite alcanzarlo. ¡Y tener éxito![1]

Esto es solo una prueba indicativa del tipo de destreza cognitiva evidente en nuestro hermano genético más cercano, pero hay muchas otras. La investigación con seres que están muy relacionados con nosotros, así como con otros que no lo están, continúa expandiendo nuestra comprensión de las capacidades cognitivas de los animales. Desde los chimpancés a los cuervos de Nueva Caledonia, pasando por las ballenas, una serie de hallazgos en la últimas décadas han derribado muchos de los muros del conocimiento que pensábamos que existían entre el *Homo sapiens* y otras especies. Esta investigación a menudo revela algunas de las capacidades mentales centrales evidentes en el experimento ya descrito: otros animales son capaces de planificar, de usar herramientas, de analizar muchos problemas que les son nuevos de maneras que pensábamos imposibles.

Algunos de estos problemas resultan ser aritméticos en su esencia. En este capítulo examinamos algunas de las capacidades cuantitativas que poseen otros animales, considerando parte del trabajo experimental que ha descubierto estas capacidades. Dedicaremos mucha de nuestra atención a investigaciones con chimpancés y otros primates, ya que estas especies en particular resultan relevantes si queremos entender mejor cómo evolucionaron nuestras formas exclusivamente humanas de pensamiento cuantitativo. Sin embargo, desde el inicio hay que tener en mente dos advertencias. La primera es que la investigación sobre el conocimiento animal, incluyendo el conocimiento numérico animal, está expandiéndose de forma constante. La historia de dicho estudio está llena de revisiones, ya que de manera inevitable los investigadores revelan nuevas habilidades cognitivas de las que las mentes de los animales son capaces. Probablemente esta tendencia continuará en los años venideros. La segunda advertencia es que, cuando se toman en cuenta dichas investigaciones, debe tenerse cuidado de no ser demasiado antropocéntrico, ni demasiado antropomórfico, a la hora de interpretar los resultados. Este punto requiere un poco más de desarrollo, ya que es esencial para la antropología, la primatología y otras áreas asociadas. El asunto clave aquí es que debemos dejar que los datos hablen por sí mismos e intentar evitar que alguna de nuestras propias inclinaciones naturales determinen nuestra interpretación de qué podrían decir estos sobre cómo los animales piensan y se comportan. Resultaría erróneo asumir que el pensamiento animal es irrelevante para investigar a los humanos, puesto que nosotros somos claramente un tipo especial de bestia, con mente no animal o quizás con una infundida por un espíritu etéreo. Dicha perspectiva puede etiquetarse como antropocéntrica y, dependiendo de las inclinaciones teológicas o teóricas de cada uno, podría ser una posición tentadora. Pero desde un punto de vista basado en lo empírico, solo la evidencia debería dictarnos nuestras visiones sobre el pensamiento animal. En lugar de asumir que los animales carecen de habilidades cognitivas particulares —destrezas difíciles de descubrir dadas las limitaciones de comunicación entre especies —, debemos ser cuidadosos a la hora de descartar la existencia de dichas habilidades.

En cambio, muchas personas parecen propensas de manera natural a un punto de vista antropomórfico, según el cual se supone que otros animales tienen muchos pensamientos y emociones como las de los humanos, ya que nosotros somos «solo otro animal más». Hay motivos razonables para sospechar que este último no es el caso y que debe evitarse proyectar características humanas en pensamientos y comportamientos animales cuando los datos relevantes son ambiguos. En mis frecuentes interacciones con los estudiantes universitarios, me encuentro con que esta última posición es a menudo predominante, debido en parte a experiencias con mascotas u otros animales con los cuales con frecuencia la gente siente un íntimo vínculo emocional. Una lectura atenta de Facebook, Reddit u otras redes sociales revela constantemente vídeos y relatos de mascotas que están demostrando ostensiblemente su «amor» o «amistad» por sus dueños. Y mientras es indiscutible que los animales forman vínculos con los humanos (algunos antropólogos han sugerido que las relaciones animal-humano fueron esenciales para la evolución de la cultura), resulta difícil establecer qué está realmente sucediendo en la mente de otras especies. Por ejemplo, cuánto de su comportamiento se debe a sus «sentimientos» hacia nosotros o entre ellos y cuánto se debe a asociaciones estímulo-respuesta predecibles. Cuando los animales piensan y exteriorizan sentimientos, ¿están pensando y sintiendo del mismo modo que nosotros, miembros de una especie que ha sido beneficiada con cerebros, cultura y lenguaje más grandes, reconoceríamos como algo similar a nuestros propios sentimientos y emociones? Es difícil dar con las respuestas adecuadas a este tipo de cuestiones, a pesar de cualquier intuición que pongamos sobre la mesa. Aunque podemos tener una fuerte inclinación personal hacia una visión antropocéntrica o antropomórfica, esta probablemente se encuentre basada en nuestra propia experiencia anecdótica. Y la interpretación de anécdotas personales constituye una base poco satisfactoria para conclusiones de naturaleza científica, como evidencia el hecho de que las intuiciones personales sobre dichos temas pueden variar de manera drástica. En otras palabras, las intuiciones relativas al conocimiento de otras especies podría decir más sobre nosotros de lo que dicen sobre ellos.[2]

En el contexto de pensamiento numérico animal, una historia que se cita con frecuencia con una advertencia importante es la de Clever Hans. Este era un caballo, un bello espécimen de la raza trotón de Orlov, que pertenecía a un alemán llamado Wilhelm von Osten. Este profesor parece haber tenido un conjunto de intereses ecléctico, el cual incluía enseñar a Hans matemáticas y practicar frenología, una ahora difunta área de estudio dedicada a examinar los cerebros humanos en un esfuerzo por explorar los módulos del cerebro subyacentes dedicados a habilidades mentales particulares. Una de sus intenciones pretendía demostrar al público, durante la primera década del siglo XX, que Hans era capaz de realizar una diversidad de tareas cognitivas complejas, entre las que se incluían leer y deletrear palabras alemanas, comprender un calendario, así como encontrar soluciones a todo tipo de problemas matemáticos. Para dichas tareas, Hans demostraba su competencia en las habilidades mentales relevantes mediante el golpeteo de una secuencia con su casco. De modo que, por ejemplo, si Von Osten pedía a Hans restar 8 a 12, el caballo daría 4 golpecitos. Muchos de los problemas matemáticos que el equino parecía resolver eran realmente mucho más complejos que este, y multitudes por toda Alemania se quedaban fascinadas por su inteligencia cuando respondía correctamente la mayoría de las preguntas. Se convirtió en cierto modo en una celebridad y se hicieron reportajes sobre él en publicaciones lejanas, como el *New York Times*.[3]

Como quizás hayas deducido, en realidad Hans no era capaz de realizar operaciones matemáticas, ni de entender alemán. De modo que uno podría preguntarse, ¿cómo engañaba Von Osten al público incitando a su caballo de un modo que la audiencia no podía detectar? Bien, aquí es donde el relato da un giro que puede resultar inesperado: Von Osten no estaba engañando a su audiencia (ni si quiera les estaba cobrando). De hecho, cuando se permitía a otra gente hacer preguntas a Hans, la actuación del caballo no empeoraba sustancialmente. Cuando esta gente no conocía a Hans o a Von Osten, el equino parecía comprender las preguntas y con frecuencia era capaz de ofrecer respuestas correctas. Aparece entonces Oskar Pfungst, un psicólogo alemán que estaba mucho menos fascinado que las multitudes boquiabiertas con el espectáculo equino. Pfungst estaba seguro de que había alguna confusión en el montaje, alguna otra variable que permitía que Hans diese los golpes con las respuestas correctas. A través de una serie de ensayos, demostró que en realidad el caballo no era tan listo en matemáticas, pues cuando no podía ver a la persona haciendo una pregunta concreta, su golpeteo empeoraba dando respuestas aleatorias. Además, y esto es un asunto crucial, cuando Hans podía ver a la persona, pero esta en cuestión no conocía la respuesta a la pregunta que estaba haciendo, su actuación también empeoraba.

Se pueden extraer al menos dos conclusiones de este relato admonitorio. Primero, aunque animales como Hans puede que no sean buenos en matemáticas o leyendo, son mucho mejor de lo que creemos distinguiendo la información visual que muestran los humanos. Incluso aunque quienes preguntaban no revelaban de manera consciente las respuestas a Hans, le ofrecían pistas visuales sutiles que beneficiaban su actuación. Si hacemos un análisis más de cerca, se revela que sus cabezas se movían ligeramente a medida que la serie de golpeteos del caballo se aproximaba a la respuesta correcta y, de algún modo, este estaba percatándose de esta pista comunicativa no intencionada. Segundo, debemos ser conscientes de las tendencias a antropomorfizar sujetos animales. En el caso de Von Osten, por ejemplo, continuó su gira con Hans después del estudio de Pfungst del animal y no se llegó a convencer de los resultados del psicólogo. El profesor perdió su imparcialidad, aparentemente porque proyectó características humanas en su caballo, quizás en parte por el vínculo social que los dos habían desarrollado.

La historia del efecto de Clever Hans está todavía circulando hoy debido a sus lecciones centrales, las cuales son tan aplicables ahora como lo eran hace más de un siglo. Veamos el famoso caso del gorila Koko, el cual se afirmaba que era capaz de hablar «la lengua de signos de los gorilas» y así comunicarse con humanos. Esto ha hecho a Koko, en cierto modo, una celebridad, y ha interactuado con William Shatner, Robin Williams, Mr. Rogers y otras tantas personalidades. Sin embargo, se han hecho muchas críticas a la investigación de Francine Patterson, la entrenadora de Koko, a lo largo de los años, dado el fuerte vínculo social entre ella y el gorila. Sus detractores han demostrado convincentemente que es difícil extrapolar de las interacciones de Patterson con Koko el rango real de las habilidades comunicativas y cognitivas del gorila. Cuando se desarrollan fuertes vínculos sociales entre entrenadores y animales, es poco probable que los primeros mantengan una completa objetividad, por lo que tenderán a interpretaciones antropomórficas.

Teniendo en cuenta el efecto de Clever Hans, esto tampoco es tan sencillo como podría parecer. Uno podría sugerir, por ejemplo, que los instructores no estén presentes cuando se lleven a cabo los experimentos o que solo se utilicen pruebas de doble ciego. Pero dichas sugerencias no son fáciles de implementar y en muchos casos su implementación podría ser imposible. Después de todo, algunas de las tareas de los experimentos requieren que los animales obedezcan las instrucciones de aquellos en los que confían y con los que tienen un vínculo social fuera del contexto del laboratorio. Eliminar a los entrenadores de dichos contextos podría llevar con rapidez a la desintegración de todo el proyecto.

Como añadido a dichas preocupaciones, los no humanos son obviamente no lingüísticos, de modo que los retos metodológicos discutidos en el capítulo 6, asociados con estudios de bebés prelingüísticos, también se aplican en animales. En cierto modo, resulta sorprendente que sepamos cualquier cosa sobre el conocimiento matemático de los animales. Y no es llamativo que, incluso hoy, haya todavía algunas discusiones sobre el alcance de su conocimiento numérico. No obstante, a pesar de estas discusiones en curso y a la multitud de retos metodológicos asociados con dicho trabajo, estamos empezando a hacernos una idea de las capacidades numéricas de muchas especies diferentes a la humana. Aunque los animales no sean capaces de resolver problemas matemáticos como los que se le daban a Clever Hans, resulta que su conocimiento numérico no es demasiado diferente del de los bebés humanos.

El conocimiento numérico en los no primates

Las correspondencias regulares entre cantidades aparecen en el comportamiento animal de formas inesperadas. Fijémonos en esto: en 1831, unos comerciantes de pieles en Ontario informaron de que la población indígena ojibwe estaba enfrentándose a una escasez severa de pieles y comida, porque una de sus presas principales, la liebre americana, parecía estar desapareciendo. No fue coincidencia que los tratantes de pieles de la Hudson Bay Company alertasen también de una escasez análoga de linces, muy apreciados por su piel suave. Como estos felinos también se alimentan de liebres, la escasez de esta última especie parecía haber reducido la población de la primera. Los registros de la Hudson Bay Company, que se remontan a la década de 1670, revelan que dicha disminución de linces y liebres coincidía en el tiempo en períodos regulares de diez años. Ahora, estudios a gran escala sugieren que la escasez regular de estas poblaciones se debe a patrones predecibles de sobrepoblación. Cuando la ecología local está saturada y no puede mantener más liebres debido a su reproducción sin control, se llega al límite en el suministro de comida y como consecuencia se producen descensos pronunciados en los índices de reproducción de estos animales. A su vez, estos descensos tienen un efecto colateral en otras especies como los linces, en intervalos bastante regulares de diez años.[4]

O fijémonos también en el caso de los cicádidos o cigarras, una familia de insectos que tiene más de 2.000 especies representativas. Un género conocido como cigarras periódicas pasa la mayoría de su vida enterrados, alimentándose de raíces de árboles. Estos insectos solo salen de su existencia bajo tierra para reproducirse en grandes cantidades. Después de dos meses aproximadamente, durante los cuales se aparean y ponen huevos de la siguiente generación, las cigarras adultas vuelven bajo tierra. Dependiendo de la población, solo volverán a la superficie trece o diecisiete años más tarde. Este ciclo es increíblemente largo y regular, es casi como si las cigarras estuviesen contando los años hasta su reaparición. Pero por supuesto no es el caso. Lo que parece haber sucedido es que la naturaleza ha seleccionado estos insectos con estos ciclos de aparición. La mayoría de animales que comen cigarras tiene ciclos de reproducción de dos a años. Imagina que las cigarras emergiesen cada doce años, por ejemplo; si lo hiciesen, serían presas más fáciles para todas las especies depredadoras que tienen ciclos de dos, tres, cuatro y seis años, ya que 12 es divisible entre 2, 3, 4 y 6. Uno esperaría, entonces, que las cigarras con ciclos de doce años se enfrentasen a retos reproductivos mayores. Por el contrario, las cigarras con largos ciclos de reproducción en intervalos recurrentes, como trece y diecisiete años, deberán enfrentarse a menos retos originados por otras especies. Después de todo, estos intervalos son números primos, por lo que no son tan fácilmente divisibles como, por ejemplo, doce. La presión medioambiental ha seleccionado cigarras con ciclos de reproducción de números primos y la selección natural ha dejado atrás aquellos con ciclos más claramente divisibles.[5]

Los casos de las liebres americanas y las cigarras ilustran que las cantidades regulares son evidentes en el comportamiento de especies no humanas, incluyendo los insectos. Aunque también demuestran que, para que dichas regularidades aparezcan, otros animales no necesitan tener conocimiento de cómo funcionan los números. En muchos casos podemos asumir que no lo tienen, dadas las limitaciones inherentes de los sistemas nerviosos de los insectos. Por ejemplo, sabemos que algunas hormigas poseen un reconocimiento mecánico del número de pasos que hacen para alcanzar una localización particular, pero esta habilidad no demuestra de manera definitiva que puedan conceptualizar cantidades.[6]

Sin embargo, cuando extendemos nuestra discusión a organismos más complejos, como las salamandras y varios tipos de peces, encontramos que muchas especies en ramas distantes del árbol de la vida tienen capacidades cognitivas para reconocer las diferencias entre cantidades más grandes o más pequeñas, aunque a menudo no queda claro en dichos casos, si estas habilidades de estimación de cantidades aparentes se deben a factores de confusión, como un tamaño más grande, la densidad o el movimiento asociado con cantidades mayores. Veamos el caso de las salamandras. En un estudio, los investigadores dieron a elegir a varias salamandras entre dos y tres tubos llenos con una exquisitez: moscas de la fruta. Los anfibios espontáneamente eligieron la opción con más insectos. En un estudio posterior, sin embargo, se vio que la elección de la salamandra para otra exquisitez, grillos vivos, se basó en la intensidad de movimiento del insecto observado. Cuando este movimiento se controlaba, la elección del anfibio parecía aleatoria con respecto a la cantidad de los grillos que veía. En otras palabras, las salamandras están discriminado una suma continua de algo (de manera general, movimiento) cuando hacen dichas elecciones, pero no están diferenciando cantidades individuales de 2, 3, etcétera. Aunque muchos estudios han demostrado que varias especies perciben impresiones de la cantidad mayor de algo, los estudios fuera de laboratorio no pueden controlar las variables que son cruciales para entender cuánta de la apreciación de cantidad de los otros animales es simplemente debida a su habilidad para reconocer más o menos «cosas» o movimientos en modo continuo, como opuesto a su habilidad para distinguir cantidades de manera discreta.[7]

De hecho, las ratas, en quienes no pensamos normalmente como unos parientes cercanos pero que como mamíferos comparten mucho del linaje humano, son capaces de distinguir cantidades. A esta conclusión se llegó hace más de cuatro décadas. En un estudio llevado a cabo en 1971, se vio que las ratas podían entrenarse para hacer aproximaciones con números. Los especímenes que recibían un premio por presionar una palanca un cierto número de veces tendían a acercarse a ese número después de un entrenamiento. Así, por ejemplo, se recompensaba a una rata por empujar la palanca cinco veces. Cuando se le daba la oportunidad de pulsar más tarde, lo hacía alrededor de cinco veces. El «alrededor» aquí es crucial. Las ratas no eran capaces de recordar exactamente que debían empujar en cinco ocasiones, pero sí tenían la capacidad de recordar que debían hacerlo aproximadamente cinco veces. En dichos casos, resultaba mucho más probable que pulsaran la palanca cinco veces que, por ejemplo, ocho. Pero también es más probable que empujaran en cuatro ocasiones antes que ocho. A medida que la cantidad se incrementa, también lo hace el rango de error de las veces que la rata pulsa la palanca. Aunque las respuestas de estos animales en el estudio de 1971 eran liosas, seguían una distribución normal alrededor de la cantidad que se les había enseñado. Estas respuestas confusas pero a menudo correctas implican que las ratas, como muchas otras especies y como los humanos sin números, no son capaces de diferenciar exactamente la mayoría de las cantidades, pero sí de hacer una aproximación. El hecho de que un mamífero que es un pariente lejano sea capaz de una estimación de cantidades sugiere que el sentido numérico humano de aproximación estaba presente en un antepasado mamífero común con las ratas. Esa especie existió al menos hace sesenta millones de años.[8]

Algunas especies relacionadas pero más lejanas también comparten la habilidad humana de la estimación de cantidades, aunque en dichos casos no está claro que sea debido a una herencia compartida de nuestras habilidades numéricas innatas. En otras palabras, otros animales podrían tener unas habilidades análogas de reconocimiento de cantidades, en lugar de unas habilidades homólogas. Las características análogas son rasgos similares que existen en diferentes especies que han evolucionado de manera independiente para vencer retos medioambientales parecidos. Por el contrario, las características homólogas se refieren a peculiaridades que existen en numerosas especies porque comparten antepasados. Por ejemplo, que el número de patas de leones y osos sea cuatro es una característica homóloga, pero las alas de las mariposas, de los murciélagos y de los pájaros constituyen una característica análoga.

Algunas especies de aves, las cuales están relacionadas con los humanos de manera muy distante, poseen la habilidad de estimar cantidades, pero no se sabe seguro si esta facultad se debe a los componentes cognitivos análogos u homólogos en relación con nosotros. Hay leyendas e historias de pájaros que podían contar de manera precisa, pero es difícil neutralizar los elementos apócrifos de estos relatos. Además, muchos humanos que tienen un pájaro en casa están convencidos de las habilidades matemáticas de este (algo que también ocurre con los dueños de otros tipos de animales), aunque estas anécdotas no las tendremos en cuenta en nuestra exposición, debido a factores como el efecto Clever Hans o nuestra tendencia a antropomorfizar injustificablemente los estadios emocionales y cognitivos de nuestras mascotas. Aun dejando de lado las anécdotas, tenemos evidencias experimentales fuertes de que muchos animales no primates, incluyendo pájaros y ratas, pueden aproximar cantidades. Incluso en los experimentos con animales considerados inteligentes (comparados, por ejemplo, con las salamandras), es un reto dominar todas las variables para asegurarse de que la habilidad de aproximación que se ha descubierto es verdaderamente cuantitativa en su esencia.

Veamos este ejemplo. Cuando los investigadores ponían a unas leonas en el Serengueti una grabación de otra leona sola rugiendo, solían acercarse a la fuente de audio para ahuyentar a la falsa intrusa. Por el contrario, cuando oían un grabación de otras tres leonas, era poco probable que se aproximasen. ¿Pueden entonces las leonas contar los rugidos que están escuchando? Quizás, pero es difícil determinarlo a partir de este experimento. Tal vez están solo detectando la amplitud general del rugido, o tienen alguna asociación vaga entre la cantidad de rugidos y la cantidad de peligro, sin distinguir la cuantía de cada variable en términos numéricos abstractos. Sean cuáles sean los detalles, estas habilidades de percepción de las leonas benefician sus posibilidades de supervivencia, al permitirles evitar riesgos innecesarios. Además, sugiere que pueden discriminar la cantidad de leones que están oyendo. De manera similar, se sabe que las palomas son capaces de seleccionar consistentemente la cantidad mayor de elementos de comida sin necesidad de un entrenamiento. Dicha inclinación en la selección también confiere beneficios claros para las posibilidades de supervivencia y la procreación: ya sea evitar el peligro o elegir una comida más calórica, estimar cantidades ayuda a los animales a sobresalir en sus variados entornos.[9]

Lo que parece claro gracias a estos y otros hallazgos es que muchas especies son capaces de distinguir cantidades de manera aproximada. Aunque los resultados también indican que esta diferenciación está a veces basada en un reconocimiento aproximado de las variables continuas (es decir, que algunas elecciones en entornos experimentales y no experimentales reflejan una preferencia por una «cantidad» mayor de una cosa en particular). Como el científico cognitivo Christian Agrillo señaló recientemente, «hay numerosas correlaciones con otros atributos físicos (superficie acumulada, brillo, densidad o el espacio total ocupado por los conjuntos), y los organismos pueden usar la magnitud relativa de variables continuas para estimar qué grupos son más grandes o más pequeños».[10] Distinguir la cantidad de estos atributos asociados ofrece beneficios claros para el éxito de supervivencia y reproductivo de las especies. Pero esta habilidad difiere en su esencia de las capacidades específicamente numéricas que los humanos tiene al nacer: la de reconocer e identificar de manera inmediata conjuntos pequeños y la de aproximar el número de elementos en conjuntos mayores.

Otras investigaciones experimentales sugieren de manera más explícita que algunos no primates sí comparten al menos una de estas capacidades específicamente numéricas: el sentido numérico aproximado innato. También, en el caso de unos pocos animales con los que se han hecho pruebas, por ejemplo perros o aves, como la petroica neozelandesa, parece que estos pueden distinguir de manera precisa el número de elementos en conjuntos pequeños, lo mismo que los humanos. De hecho, se ha demostrado que las petroicas neozelandesas diferencian entre uno y dos elementos, entre dos y tres, y entre tres y cuatro. Pero al comparar conjuntos mayores de cuatro elementos, solo tienen éxito cuando la razón entre ellos es al menos 1:2, por ejemplo, si se ven forzadas a elegir entre cuatro y ocho elementos. Esta aptitud para la diferenciación precisa de cantidades más pequeñas y la diferenciación aproximada de las más grandes es muy evocadora de lo que observamos con respecto a los humanos prelingüísticos y anuméricos.[11]

De modo sorprendente, algunas de las mejores evidencias intraespecies para sistemas de reconocimiento de números distintos vienen de una que está filogenéticamente todavía más distante de los humanos. Un trabajo reciente ha establecido que los guppies (un tipo diminuto de pez) son capaces tanto de diferenciar cantidades pequeñas como de aproximar cantidades grandes. Unos investigadores del conocimiento de los animales colocaron a los guppies individualmente en un entorno en el cual podían escoger unirse a uno de dos grupos visibles de congéneres. Cuando cada uno de los dos grupos excedía los cuatro peces, los guppies a los que se les hacía la prueba seleccionaban el más grande, el más seguro en la mayoría de los casos. Sin embargo, su elección se veía mejorada con razones mayores entre los dos grupos. Es decir, era más probable que escogiesen el grupo mayor si la discrepancia entre ese y el más pequeño reflejaba una razón de 2:1, 3:1 o 4:1, con la probabilidad incrementando junto con el tamaño de la razón entre sus opciones. Ante dos grupos, los guppies normalmente también se decantaban por el grupo más grande cuando cada uno de ellos tenía cuatro o menos peces. Aunque resulta sorprendente, esta congruencia no se veía impactada por la razón entre cantidades más pequeñas. De modo que si un conjunto tenía dos peces y el otro tenía cuatro, escogían el último alrededor de dos tercios de las veces. Pero si un grupo tenía tres peces y el otro tenía cuatro, también elegían el segundo alrededor de dos tercios de las veces. A pesar de que los humanos son mucho más precisos en tareas que se pueden comparar a esta, hay un paralelismo fascinante en las respuestas de los peces. Ellos, como nosotros, parecen distinguir cantidades más pequeñas de manera clara cuando se compara con cómo diferencian cantidades más grandes.[12]

Los investigadores han aprendido mucho, y todavía queda mucho más por aprender, sobre el conocimiento numérico de los primates no humanos. La imagen hasta ahora representada por el trabajo relevante, del cual he descrito solo una pequeña fracción, sigue siendo vaga. En el caso de muchas especies, la distinción cuantitativa parece estar basada principalmente en la percepción de variables continuas, como la cantidad de movimiento. Además, las estrategias de discriminación usadas por algunos no primates podrían variar según la tarea o los estímulos involucrados en esta. El trabajo futuro continuará descubriendo dichas variables. Esta investigación será crucial para nuestra comprensión de la evolución de los sistemas de números neurobiológicos, como los que están presentes en los humanos. Todavía no está claro, por ejemplo, cómo de único es el conocimiento numérico de los vertebrados o cómo de distintas son las habilidades numéricas innatas de los primates cuando se contrastan con otros vertebrados inteligentes, como los pájaros. Además, quedan varias lagunas en el registro experimental de otros animales. Por ejemplo, no se ha llevado a cabo ningún trabajo sistemático sobre las habilidades de reconocimiento cuantitativo de los reptiles. Rellenar este hueco en el registro experimental nos ayudará a comprender mejor cuán antiguas son las habilidades numéricas humanas innatas, y cuánto de las habilidades numéricas de muchas especies se debe a características homólogas compartidas con nosotros. Si se observaran habilidades similares en reptiles, podríamos tener evidencias claras de que algunas capacidades numéricas homólogas se remontan a especies ancestrales de mamíferos, reptiles, pájaros, peces y muchos otros vertebrados, unas especies que vivieron hace más de 400 millones de años.

EL CONOCIMIENTO NUMÉRICO EN PRIMATES

El conocimiento numérico en primates no humanos es particularmente relevante para la historia de los números. Algunos de estos, incluidos simios como los chimpancés, son nuestros parientes genéticos más cercanos. Esto significa que su genoma es muy parecido al genoma humano. En el caso de los chimpancés, alguna investigación sugiere que hay una relación de en torno al 99 % del genoma de las dos especies (como también lo hay entre nuestra especie y los bonobos). Como resultado de esta correspondencia, somos similares en términos biológicos, por lo que, si estamos preocupados por mejorar la comprensión de nuestros sentidos numéricos innatos, resulta vital explorar las mentes de estos animales y de otros primates relacionados. Sin embargo, aunque compartimos mucho de nuestro ADN con otros primates, todavía tenemos que tener cuidado de no antropomorfizarlos injustificadamente. En realidad, nuestra coincidencia genética implica poco respecto al conocimiento numérico de estos primos nuestros.[13]

La estructura de doble hélice característica de las moléculas de ADN se debe a la adhesión en escalera de solo cuatro bases nitrogenadas, a las que nos referimos con los símbolos A, C, G y T (adenina, citosina, guanina y timina, respectivamente). De modo que hay cuatro componentes del ADN que, en esencia, constituyen los genes, incluso los de especies muy dispares. Además, muchas de estas especies tienen coincidencias notables en su material genético formado del ADN, sus genomas. Por ejemplo, hay alrededor de un 25 % de coincidencia entre el genoma humano y el de las uvas (y nosotros tenemos ¡menos genes que estas!),[14] por lo que se deben tomar algunas precauciones para no leer de más en los porcentajes de relación genómica entre especies. Dudo, después de todo, que te consideres a ti mismo como un cuarto de una uva. Sin embargo, nuestro genoma tiende a ser muy similar al de otros mamíferos debido a nuestros antepasados comunes. En el caso de las especies canina y vacuna, estas presentan un 85 % de relación genómica con los humanos. Dados estos factores, y dadas las disparidades de comportamiento notables entre perros, vacas y personas, se deduce que deberíamos ser cuidadosos cuando relatamos cualquier inferencia basada en la coincidencia genética entre chimpancés y humanos. En definitiva, no deberíamos esperar necesariamente que los chimpancés sean capaces de un razonamiento numérico como los humanos solo porque están muy relacionados con nosotros. Después de todo, pequeños cambios en la composición genética pueden llevar, entre otras cosas, a grandes variaciones en el tamaño del cerebro. Para comprender la relación del pensamiento numérico en los humanos y en las especies con las que están relacionados, necesitamos permitir que hablen los datos experimentales.

Y estos datos están hablando. Durante las últimas décadas, varios investigadores intrépidos han estado haciendo un reconocimiento de los mundos cognitivos de los chimpancés y otros primates no humanos, esbozando el conocimiento numérico de estos animales. Como resultado de esa exploración, ahora está claro que nuestros parientes primates sí que comparten rasgos de nuestra facilidad innata con las cantidades, y también algunas de las limitaciones a las que los humanos nos enfrentamos en ausencia de los números. Tienen capacidades numéricas homólogas que guardan un parecido sorprendente con nuestros sentidos, tanto el del reconocimiento exacto de cantidades pequeñas, como el del reconocimiento aproximado de sumas más grandes.

En un experimento similar a algunos llevados a cabo con niños humanos, los psicólogos encontraron que macacos Rhesus eran capaces de diferenciar pequeñas cantidades. Se presentaba a estos diferentes cantidades de premios (rodajas de manzana) y, luego, estas delicias se escondían de su vista. Después se permitía a los macacos seleccionar qué recompensa escondida querían. Si su elección era entre 1 y 2 premios, o 2 y 3, o 1 y 3, o incluso entre 3 y 4 premios, de manera sistemática seleccionaban la cantidad mayor. Por el contrario, se mostraron incapaces de mantener esa consistencia al seleccionar cantidades más grandes, cuando la elección era, por ejemplo, entre 4 y 6. En dichos casos empeoraban y pasaban a una selección aleatoria, lo que sugiere que sus cerebros están programados para diferenciar de manera exacta solo cantidades pequeñas.[15]

En tareas más abstractas, los macacos Rhesus también han demostrado que pueden reconocer discrepancias en cantidades más grandes, pero que este reconocimiento depende de cómo de dispares sean esas cuantías. Por ejemplo, un estudio concluyó que estos macacos pueden ser entrenados para reconocer conjuntos de elementos en orden ascendente. Después de ser entrenados para esto, aprendieron a seleccionar conjuntos de 1, 2, 3 y 4 elementos de forma secuencial. Luego se les mostraba dos grupos de cantidades todavía mayores y eran capaces de tocar de manera consistente la suma más pequeña primero, podían ordenar las cuantías más grandes justo como habían aprendido a secuenciar las más pequeñas. Sin embargo, la velocidad a la cual realizaban esta tarea variaba de acuerdo con la discrepancia entre las cantidades más grandes. Cuanto mayor fuera la diferencia, más mejoraba el tiempo de reacción de los monos. En un estudio que vino a continuación, las respuestas de los macacos Rhesus se parecían mucho a las de once adultos humanos que se pusieron a prueba, cuando se impidió a estos usar su capacidad verbal para contar. Dicho parecido es la evidencia de un antiguo sentido numérico aproximado, heredado por ambos, tanto por los seres humanos como por los macacos Rhesus.[16]

La especie más cercana a nosotros, la que se encuentra en la rama de al lado del árbol de la vida, es también capaz de distinguir cantidades de manera bastante refinada. Las capacidades de diferenciación de cantidades de los chimpancés evocan las observadas en pequeños humanos. Por ejemplo, al igual que los niños de uno o dos años tienden a seleccionar la cantidad mayor de golosinas cuando se les da la opción, los chimpancés suelen elegir la suma mayor cuando se les presentan dos bandejas que contienen cantidades variadas de los dulces en cuestión. Hace alrededor de treinta años, los investigadores que trabajaban con animales observaron que cuando un chimpancé tenía la opción de escoger entre dos bandejas con pequeños trozos de chocolate, tomaba con más frecuencia la que tenía más. Sin embargo, su decisión se hacía más aleatoria para cantidades más altas, cuando la razón entre los montones de pepitas de chocolate no era lo suficiente significativa. En otras palabras, las selecciones del chimpancé estaban caracterizadas por el mismo efecto de la razón observado en muchos otros animales y en los seres humanos anuméricos. Es más notable que los resultados en este relevante estudio sugerían que los chimpancés no solo son capaces de diferenciar las cantidades más grandes de pepitas de chocolate dada una discrepancia suficiente entre las bandejas, también son capaces de sumar cantidades antes de contrastar la cuantía total de pepitas que hay por toda la bandeja. Por ejemplo, en algunos casos el chimpancé se enfrentaba a una elección entre dos platos: en uno había dos montones de chocolate, uno con tres pepitas y el otro con dos. En el segundo plato había también dos montones: uno con cuatro pepitas y el otro con tres. En estos experimentos, el chimpancé normalmente todavía era capaz de reconocer que la cantidad del primer plato, es decir, 5 (3 + 2), era menor que la cantidad del segundo, 7 (4 + 3), lo que implica que estos primates son capaces de sumar cantidades pequeñas y comparar los resultados de las sumas. Sin embargo, debería señalarse que, aunque las elecciones de los chimpancés eran correctas, en la mayoría de los casos estaban impregnadas de errores. Además, cuando la diferencia entre las sumas era pequeña, por ejemplo 8 y 7, la precisión se hacía añicos. Aunque a partir de dichos experimentos resulta justo concluir que los chimpancés son capaces de sumar y contrastar cantidades espontáneamente, debería enfatizarse que sus habilidades sumatorias son propensas a error, en concreto cuando la diferencia entre las cuantías contrastadas es pequeña. Por ahora, tenemos un patrón que nos es familiar. Basado en una investigación como esta y otro trabajo experimental no expuesto aquí, podemos estar seguros de que los chimpancés tienen una habilidad natural para aproximar, de manera espontánea, cantidades y para diferenciar, de manera exacta, las más pequeñas. Y con seguridad no son solo los parientes primates con los que compartimos algo de nuestra comprensión primigenia de la diferenciación de cantidades.[17]

La investigación con primates también ha mostrado que son capaces de aprender numerales y asociarlos con información ordinal y cardinal. Es decir, pueden ejercitarse (por ejemplo, recibiendo aperitivos cuando aciertan) para ordenar símbolos como 2, 3, 4 y 5, mientras también aprecian que dicha secuencia corresponde a un incremento en el tamaño del conjunto de un grupo dado de elementos. De hecho, el trabajo experimental ha mostrado que los macacos Rhesus pueden aprender a tocar numerales del 1 al 9 en una pantalla de ordenador en orden ascendente y saben qué cantidades están representadas por estos numerales. Esta habilidad ya ha sido demostrada también en otros primates, como los saimiris y papios. Una vez están entrenados de la manera apropiada con estos símbolos, los samiri parecen ser capaces de sumar numerales, como evidencia su tendencia a escoger sumandos como (3 + 3) antes que (5 + 0), cuando se dan un par de elecciones para describir la cantidad de premios que recibirán. Dichas elecciones no son completamente regulares y las «matemáticas del mono» sin duda contienen errores, como cabría esperar. Pero sus elecciones tampoco son del todo aleatorias y tienden a reflejan el poder de los símbolos para refinar el reconocimiento de cantidades. En definitiva, los monos pueden aprender los números, aunque hay limitaciones para este aprendizaje que no resultan evidentes en los humanos.[18]

Las habilidades matemáticas de los primates no humanos, como las de otras especies, están claramente caracterizadas por un efecto de distanciamiento y otro de magnitud. El primero se refiere al hecho de que estos animales, como las personas anuméricas, son mucho mejores reconociendo las diferencias entre cantidades cuando estas difieren en una razón considerable. El segundo efecto alude a que estos animales diferencian cantidades más pequeñas de manera más eficiente que con las grandes. El predominio entre las especies de los efectos de distanciamiento y magnitud es uno de los hallazgos clave que se ha deducido gracias al trabajo sobre este tema. Este predominio constituye también la evidencia de un sentido numérico de aproximación homólogo antiguo, aunque queda mucho trabajo por hacer para esclarecer totalmente las habilidades numéricas innatas de las especies no humanas.[19]

CONCLUSIÓN

Nuestras habilidades numéricas innatas son antiguas y compartidas por muchas especies en un grado u otro. Es comprensible que muchas especies tengan modos de distinguir cantidades, al menos de manera aproximada. Algunas decisiones sobre cantidades resultan esenciales para la supervivencia en la naturaleza y para el éxito reproductivo que lleva a la preservación de la especie en el tiempo y a la proliferación de características genéticas. Las ventajas de supervivencia fruto del reconocimiento de cantidades son obvias, como los beneficios que obtienen las ratas o las palomas al diferenciar los grandes conjuntos de comida de los más pequeños o los de las leonas al ser capaces de distinguir conjuntos más grandes de otras leonas. A pesar de la comprensión intuitiva de por qué las habilidades de reconocimiento de cantidades han sido heredadas por una variedad de especies, no sabemos por qué luego estas capacidades no se han perfeccionado en la mayoría.

En cierto modo, esclarecer las habilidades cognitivas de otros animales, en concreto nuestros primos simios, sacan a la luz más misterios. Cuando consideramos que algunos chimpancés pueden entrenarse para reconocer cantidades de manera más precisa, este punto pasa a ser uno de los principales. ¿Por qué, si otras especies pueden aprender tipos de pensamiento numérico más elaborado, no han perfeccionado sus propias capacidades a lo largo de los millones de años en los que han estado evolucionando en una rama separada del árbol de la vida? Los chimpancés tienen las bases del pensamiento matemático, pero nunca han construido demasiado a partir de ellas. Las bases evidentes en su pensamiento, y en el nuestro antes de aprender los números durante el desarrollo, parecen bastante rudimentarias.

Elizabeth Brannon y Joonkoo Park, dos especialistas en el conocimiento animal, sugirieron recientemente: «Es un reto comprender cómo un sistema tan primitivo, que no es capaz de representar números grandes de manera exacta, podría dar lugar a las matemáticas formales que son exclusivamente humanas».[20] El pensamiento cuantitativo con el cual las personas y otras especies estamos equipadas innatamente elimina los órdenes de magnitud respecto de los tipos de pensamiento cuantitativo que la mayoría de los humanos acabamos poseyendo. Esto sugiere que las explicaciones biológicas de dicho pensamiento están limitadas de forma intrínseca. La mayoría de nuestro conocimiento numérico debe bastante poco a nuestro equipamiento neurobiológico y mucho más a los modos en que hemos manipulado ese equipamiento. Esta manipulación solo resulta posible si hay herramientas externas que interactúan con nuestros mecanismos innatos para la diferenciación de cantidades. Estas herramientas en cuestión son los números, representaciones simbólicas de cantidades que son lingüísticamente cosificadas y usadas de maneras que varían de una cultura a otra. La existencia de números explica la brecha entre el pensamiento numérico humano y el pensamiento numérico para el cual estamos innatamente predispuestos.

Algunas de las evidencias sobre el poder de los números también vienen de otros animales que han recibido entrenamiento simbólico exhaustivo en cautividad. Quizás el mejor ejemplo de estos animales es Alex, un loro gris entrenado durante décadas por la psicóloga Irene Pepperberg. Aunque Alex murió en 2007, los resultados obtenidos en las tareas matemáticas realizadas con él se publicaron más recientemente, en 2012. Estos ofrecen evidencias notables de que el loro era capaz de realizar proezas aritméticas no características, en general, de otras especies diferentes al *Homo sapiens*. En una serie de experimentos, se mostró de manera consistente que Alex etiquetaba y ordenaba numerales, a través de la verbalización. Más notable es que era capaz de indicar la cantidad de los conjuntos, incluso si estos incluían hasta ocho elementos. Y todavía más sorprendente, podía sumar dos conjuntos que contuviesen de cero a seis elementos y se demostró que obtenía la respuesta correcta en la mayoría de los casos. Otro animal no humano que se ha demostrado en investigación por pares que puede sumar dos conjuntos de manera consistente es un chimpancé llamado Sheba. Los «genios» animales entrenados, como Alex y Sheba, parecen tener habilidades matemáticas precisas para la diferenciación exacta de cantidades mayores que tres. Esto es un hallazgo asombroso, dado que los animales no entrenados, no importa la especie y el tamaño del cerebro, no muestran esta habilidad. Pero observa que antes de que estos especímenes se muestren como genios se necesitan años, e incluso décadas, de entrenamiento, durante los cuales sus cuidadores los familiarizan con los símbolos para las cantidades. Los entrenadores les enseñan los números. En algunos casos, y seguro en el de Alex, los animales se las apañan para aprender estos números. Al igual que los niños aprenden a codificar simbólicamente cantidades más allá de tres, algunos animales entrenados también lo logran.[21]

Esta es una observación notable que se constata gracias a la investigación: la invención humana de los números puede aplicarse en varias especies, al menos en algunos casos. Como observa Pepperberg cuando habla de ejemplos como Alex y Sheba, solo aquellos animales «entrenados para representar cantidades simbólicamente con numerales arábigos o vocales... parecen aplicar con exactitud dichos numerales a valores cardinales precisos de conjuntos».[22] De modo que, aunque los chimpancés y los loros son capaces de formar conceptos abstractos de cantidades mayores más precisas, la invención humana de los números es lo que hace posible dicha abstracción.

En los últimos tres capítulos hemos observado que los adultos humanos anuméricos, los bebés humanos prelingüísticos y varias especies de animales piensan en cantidades de manera aproximada. También pueden hacerlo cuando se están considerando cantidades pequeñas. Estas precisas habilidades de aproximación sirven como una base esencial para la construcción de pensamiento más elaborado sobre cantidades. Aun así, es un fundamento rudimentario. La construcción sobre estas bases requiere el uso de herramientas simbólicas: los números, símbolos verbales y escritos para las cantidades. En la parte 3 del libro, exploraremos cómo se cree que pudieron inventarse los números y examinaremos las maneras profundas en las que han impactado la experiencia humana.

Parte 3

Los números y el moldeado de nuestras vidas

8

La invención de los números y de la aritmética

Los patrones en el lenguaje producen patrones en el pensamiento. La investigación exhaustiva ha demostrado que las diferencias entre las lenguas pueden producir diferencias, a menudo sutiles, en los hábitos cognitivos de sus hablantes. Este hallazgo, al que comúnmente nos referimos como relatividad lingüística, se encuentra respaldado en la actualidad por docenas de estudios en temas como la conciencia espacial, la percepción del tiempo y la categorización de los colores. Por ejemplo, como vimos en el capítulo 1, «dónde se sitúan» el futuro y el pasado depende de la lengua que hables. De forma similar, el modo en el cual recuerdas y diferencias colores se ve afectado de manera sutil por el inventario de términos básicos de colores de tu idioma nativo. Nuestro viaje por mundos sin números al final nos ha llevado a la conclusión de que el lenguaje numérico también produce diferencias en cómo piensa la gente. Las palabras para los números, presentes en la gran mayoría de las lenguas del mundo (aunque no en todas), seguramente influenció en el conocimiento cuantitativo. Solo las personas que están familiarizadas con las palabras para los números y con contar pueden diferenciar de manera exacta la mayoría de las cantidades. La presencia de los números en un idioma no solo influye de forma sutil en cómo pensamos sobre ciertas cantidades, también abre una puerta al mundo de la aritmética y las matemáticas. El primer paso para cruzar ese umbral es darse cuenta de que las cantidades, sin importar su tamaño, pueden diferenciarse de manera precisa.[1]

Pero, exactamente, ¿cómo abrieron los números esta puerta por primera vez? Y ¿qué sucede después de que la cruces? En la parte 3 del libro abordaremos estas cuestiones. En este capítulo consideramos el «cómo»: cómo surgieron las palabras para contar y la aritmética básica. Presento una explicación de cómo es probable que los humanos inventasen (y todavía inventen) términos básicos para números, y cómo tomamos estos y los usamos como ladrillos en los procesos de aritmética básica.

LOS NÚMEROS NO NATURALES

Los hallazgos en los mundos sin números sugieren que necesitamos los números para «entender» cantidades de modos que son exclusivamente humanos. Pero, como mencioné en el capítulo 1, esto da lugar a una paradoja. Si necesitamos los números para apreciar la mayoría de las cantidades de manera precisa, ¿cómo llegamos a ellos por primera vez? ¿Cómo pudimos llegar a nombrar las cuantías de conjuntos concretos de elementos si no podíamos reconocer las cantidades? Si, por ejemplo, no podemos reconocer que «siete manzanas» no representan «seis manzanas» ni «ocho», ¿cómo llegamos a usar por primera vez palabras como «seis», «siete» y «ocho»?

Dada la aparente intrazabilidad de esta paradoja, podríamos concluir que los humanos deben de estar innatamente predispuestos a adquirir conceptos numéricos. Según esta perspectiva, tenemos que estar programados para diferenciar 5, 6, 7, etcétera, durante el curso de nuestro desarrollo cognitivo natural. Aunque, a primera vista, esta aproximación es problemática. Si estamos predispuestos a reconocer conjuntos de diferentes tamaños como entidades abstractas separadas, entonces, ¿cuál es el límite para esta predisposición? ¿Estamos predispuestos de manera natural para darnos cuenta que 1.023 no es 1.024? Esto parece poco plausible. Dicho de otra manera, los puntos de vista de lo innato sobre los números solo retrasan el momento en el cual llegamos a la paradoja.

En su excepcional libro sobre el lenguaje y los números, el lingüista James Hurford indica que las palabras para los números son los nombres para las «entidades no lingüísticas denotadas por los números».[2] Es decir, estas etiquetan entidades conceptuales. De manera similar, hace poco, la arqueóloga Karenleigh Overmann sugirió que «los conceptos de cantidades deben seguramente preceder a sus etiquetas léxicas, o no habría nada que nombrar... un método de invención no puede presuponer aquello que inventa».[3] Esta última postura es comprensible, pero podría decirse que trivializa la amplia evidencia que hemos revisado en los capítulos del 5 al 7. Según las evidencias, las palabras para cantidades más allá de tres no etiquetan simplemente conceptos preexistentes, porque estos no existen para la mayoría de la gente hasta que aprenden de verdad los números.

Desde mi punto de vista, esa es la clave para resolver esta paradoja: las palabras para cantidades más allá de tres hacen concretas las abstracciones numéricas precisas que solo realizan algunos individuos de manera ocasional e inconsistente. Algunas de estas personas podrían finalmente inventar los números; si no lo hicieran, sus fugaces abstracciones no serían transferidas a otros. El nombrar estas percepciones efímeras es lo que al final permite a la gente reconocer de manera consistente las diferentes cantidades. Creo que esa noción de consistencia es crucial para resolver este dilema. Parece que los humanos, como un grupo, solo muestran de manera inconsistente la habilidad de llegar a comprender algo sencillo pero poderoso, entender que los conjuntos de cantidades mayores que tres pueden identificarse de manera precisa. Comprender este sencillo asunto ha llevado a la invención de los símbolos para estas cantidades mayores, con toda probabilidad más veces de las que pueden documentarse. Estos símbolos son verbales en esencia, a juzgar por el hecho de que una mayoría abrumadora de las culturas del mundo tiene palabras para dichas cantidades, aunque carece tradicionalmente de numerales escritos o sistemas elaborados de palitos para contar. Algunas personas inventaron las palabras para los números para concretizar la identificación potencialmente efímera de la existencia de cantidades más altas exactas.

¿Significa esto que los términos numéricos solo sirven como etiquetas para conceptos? En realidad, no. La verdad parece tener más matices que la forzada elección dicotómica asumida por esta paradoja. Las palabras para los números no son simplemente etiquetas, aunque sí que describen percepciones conceptuales que alguna gente hace a veces. El término «etiqueta» implica que las palabras denotan conceptos sobre los que todos pensamos: conceptos que todos los seres humanos nacen listos para apreciar (al menos con el tiempo), sin importar su entorno cultural. De manera clara, no todos los seres humanos tienen estos conceptos en ristre, incluso como adultos, y resulta probable que la mayoría nunca hará las materializaciones relevantes que pueden ser descritas mediante los números, aunque es igual de claro que algunas personas sí las han hecho, aunque sea de manera no consistente. En estos casos históricos reales en los cuales la gente se las arregló para describir aquello que percibía con una palabra, se inventaron los números. El concepto que nombraron fue reconocido posteriormente por otros miembros de su cultura a través de la adopción de la(s) palabra(s) pertinente(s). Los términos numéricos son herramientas conceptuales que circulan con facilidad, herramientas que la mayoría de la gente quiere tomar prestadas.

La explicación general que estoy sugiriendo no es en realidad tan radical. De hecho, podría aplicarse de manera parecida a innumerables materializaciones humanas que se describen con nuevas palabras. A menudo, las palabras se desarrollan o se inventan para referirse a conceptos y percepciones recién descubiertos, no para los innatos. Veamos un ejemplo con la forma de decir «bombilla» en inglés: *light bulb*. A finales del siglo XIX, varios inventores se dieron cuenta de que al pasar la electricidad a través de un filamento de metal se producía una incandescencia, así que presentaron varias patentes para bombillas de corta vida. Thomas Edison y sus empleados perfeccionaron el arte de revestir un filamento en un bulbo de vidrio en el que se hacía el vacío, lo que permitía arder durante un tiempo exponencialmente mayor. En cierto sentido, la invención de este tipo de fuente de luz estaba basada en percibir algo sencillo: si se mantenía el alambre fuera del contacto con el aire que lo rodeaba, este permanecía brillante mucho más tiempo. Entender esta idea sencilla no resultó difícil de comprender para otros y el aparato resultante fue fácil de nombrar. Sin duda, la palabra compuesta *light bulb* (bulbo de luz) no es difícil de descifrar. No obstante, a pesar de una elegante simplicidad inherente y de la facilidad con la cual la mayoría puede deducir el concepto asociado a este término, nadie mantendría en serio que la gente está predispuesta de manera innata a comprender qué es una bombilla. *Light bulb* puede describir un concepto particular que no es demasiado difícil de entender, pero no es natural. Las palabras para números también sirven como referencias para percepciones sencillas. Quizás no estemos preequipados de manera innata para percibirlas, pero algunos seres humanos lo hacen y otros pueden adquirir estos términos a través de medios lingüísticos. Como indiqué en el prólogo, lo que hace a nuestra especie tan especial no es tanto que somos buenos inventando cosas, sino que, debido a nuestra naturaleza lingüística, somos extraordinarios heredando y compartiendo inventos. El propio Edison una vez indicó que él era «bastante más una esponja que un inventor». De modo que no estamos predispuestos de manera natural para tener conceptos como «bombilla» dando vueltas en nuestra cabeza, esperando a ser etiquetados. Ni a tener otros, como 6, 7 y 8, rondando en nuestras mentes, aguardando etiquetas. Para inventar los números debemos primero descubrir a través de la experiencia —y de una manera aleatoria que depende de percepciones erráticas hechas solo en algunas mentes— que las cantidades exactas que se pueden nombrar (más allá de tres) existen.

Hay evidencias de que el número gramatical, por ejemplo la distinción entre plural y singular, tiene un origen diferente cuando se comparan números léxicos como «seis» y «siete». Como indiqué en el capítulo 4, las distinciones del número gramatical en las lenguas del mundo distinguen 1, 2 (con menos frecuencia) y 3 (raramente), unos de otros y de todas las cantidades mayores. Dichas distinciones sí parecen referirse a conceptos preexistentes, dado que nuestros cerebros están equipados de manera innata para diferenciar dichas cantidades. Podría decirse lo mismo de palabras para números pequeños como «uno», «dos» y «tres», las cuales se etiquetan como conceptos naturales. Estos conceptos tiene una clara base neurobiológica y, por lo tanto, las palabras que los nombran son comunes a la gran mayoría de las lenguas del mundo. No es casual que, en un idioma dado, a menudo tengan fuentes históricas diferentes que las palabras para números más grandes. Como el psicólogo Stanislas Dehaene señala, «unos, doses y treses son cualidades de percepción que nuestro cerebro calcula fácilmente sin contar».[4] Pero otros términos numéricos no tiene las mismas bases neurobiológicas y no se calculan con tanta facilidad. El lenguaje y otras facetas simbólicas de la cultura proporcionan al *Homo sapiens* la oportunidad de inventar estos números. Sin embargo, explotar esta posibilidad no es un asunto directo, como evidencia el hecho de que las culturas varían en gran parte en la complejidad y bases de sus palabras para números más grandes; aunque, como discutimos en el capítulo 3, esta variación en las diferentes lenguas no es aleatoria y da indicios de algunas tendencias subyacentes claras. Estas sugieren simplemente que a pesar de que los seres humanos pueden tomar rutas diferentes para inventar símbolos para las cantidades que reconocen de manera ocasional, por lo regular estos se inventan usando las manos. Esta ruta manual es crucial para los números mayores que cuatro.

En un estudio reciente de la historia de las palabras para los números en Australia, los lingüistas Kevin Zhou y Claire Bowern observaron un patrón interesante congruente con el tema general discutido aquí, según el cual los números del 1 al 3 tienen un estatus más básico que los mayores. Encontraron que la palabra para el número 4 en las lenguas australianas a menudo es compuesta, basada en números más pequeños. En el capítulo 3 señalé que este mismo patrón se observa también en la lengua jarawara del Amazonas, cuya voz para «cuatro» es *famafama* o «dos dos». Se encontraron patrones análogos en muchas otras lenguas del Amazonas, Australia y otros lugares. La composicionalidad común del «cuatro» sugiere que es un concepto un poco menos fácil de nombrar, uno que los seres humanos a menudo etiquetan haciendo referencia a ideas preformadas más sencillas. Incluso aunque podemos y de hecho componemos el «cuatro» a través de la combinación de números más pequeños, este es un número anómalo. De manera habitual, los números mayores que «cuatro» no se crean mediante la composición simple de cantidades más básicas como 2, sino nombrando cantidades que de algún modo obligan a usar las manos. Aunque con el tiempo las culturas australianas han podido ganar o perder palabras para los números, Zhou y Bowern concluyen que sus idiomas tienden a adquirir números mayores que 5 relativamente rápido después de la introducción de un término para «cinco», cuya etimología está relacionada con «manos» en la familia de lenguas de Australia más extendida. Este tipo de hallazgo, combinado con las ya conocidas bases decimal y quinaria de la mayoría de los sistemas numéricos del mundo, sugiere que el número «cinco», con su base manual, sirve de pilar para un tipo de enumeración más productiva. A menudo es una puerta a nuevas formas de pensamiento numérico.[5]

El cuerpo sirve como base de la mayoría de las palabras para números más allá de «cuatro». La gente aprende que sus dedos pueden colocarse en una correspondencia uno a uno con los conjuntos pequeños que están contando. Contar con los dedos ayuda a motivar el hecho de que las palabras para la(s) mano(s) sirvan tan a menudo como una fuente histórica de términos para números y sus bases. Aunque el fondo de esta explicación de las voces para números más grandes pasa por alto algunas preguntas importantes: ¿cómo y por qué se llega a establecer por primera vez la correspondencia entre los dedos y el tamaño de los conjuntos? Si los seres humanos anuméricos, ya sean niños prelingüísticos o creadores de signos nicaragüenses o los mundurukú, pasan dificultades para reconocer de manera exacta cantidades altas, ¿cómo lo humanos adultos «inventores de números» consiguieron descubrir la correspondencia de dedos exacta con otros elementos contables en conjuntos del tamaño de cinco o diez? ¿Por qué los dedos son tan especiales en la evolución hacia un pensamiento numérico complejo?[6]

Creo que hay al menos dos razones. Primero, los dedos son especiales porque son las unidades discretas y experimentales más básicas en nuestras vidas. Como se mencionó en el capítulo 6, nos hacemos conscientes de nuestros dedos en el útero. Y los bebés están obsesionados con las manos, chupando sus dedos desde el comienzo de su vida y enfocando sus ojos en sus manos cuando se dan cuenta de que estos elementos pueden manipularse y colocarse a la vista y fuera de ella bajo su propio control. De modo que los dedos destacan de manera increíble durante toda nuestra vida. Es crucial que no sean tan prominentes en las especies relacionadas que comparten capacidades innatas similares para el conocimiento numérico. Fijémonos en los gorilas, los gibones, los chimpancés y otros simios parientes nuestros: como no son bípedos como nosotros, todas estas especies a menudo usan sus extremidades anteriores con una finalidad locomotora. Nosotros, sin embargo, utilizamos nuestras manos principalmente para fabricar herramientas y para usarlas. Damos uso de nuestros dedos para una gran cantidad de finalidades, incluyendo algunas más especializadas que requieren destreza refinada y enfoque manual. Tenemos el foco en los dedos más que cualquier otra especie y este asunto podría representar la primera parte de la respuesta a cómo, silépticamente, nos agarramos a los números con nuestras manos.

A pesar de la importancia de los dedos en nuestro día a día, resulta poco probable que la simple ubicuidad experimental sea el único elemento motivador para el entendimiento que algunos inventores de números alcanzaron cuando reconocieron que los conjuntos de dedos pueden corresponderse con grupos de otros elementos. Una segunda razón por la que los dedos juegan un papel tan importante —una que, hasta donde yo sé, no ha sido discutida en la literatura— es que se dan de manera natural en una correspondencia simétrica. No solo estamos interactuando y poniendo el foco en nuestros dedos de manera constante, sino que, como cada uno de ellos tiene un compañero de aspecto similar en la mano opuesta, el potencial de que a los dedos le corresponden otros elementos en posición uno a uno está enfatizado continuamente nuestra experiencia visual y táctil. La simetría de nuestras manos y dedos y nuestra exposición frecuente a esa simetría en nuestras vidas manuales puede que haya llevado a mucha gente a reconocer la posibilidad de asociar conjuntos de cinco elementos con otros.

Alguna gente quizás solo llegue a darse cuenta de la correspondencia de un grupo de cinco objetos fuera del cuerpo con un conjunto de cinco dedos (con o sin etiquetar primero la equicardinalidad de los dedos de cada mano). El ajuste uno a uno de los dedos con dichos objetos probablemente se beneficie del ajuste natural físico de los dedos con elementos pequeños que se pueden coger con la mano, o incluso que se pueden colocar sobre la palma. Sin embargo, sea cual sea la ruta que tomaron los inventores de números, la creación de sistemas numéricos complejos suele recaer en la igualdad cuantitativa entre dedos y elementos concretos, incluyendo otros dedos. A lo largo de la historia de la humanidad, la gente ha descubierto estas correspondencias regulares entre cantidades, y luego, aprovechado estas relaciones cuantitativas, han nombrado una correspondencia concreta (a menudo a través de la palabra para «mano» en su lengua). Y cuando la nombraban, inventaban una herramienta simbólica clave que facilitaba las referencias siguientes y el reconocimiento de la cantidad específica involucrada, además de permitir que se transmitiese a la mente de otros.

Quienes adoptaban las nuevas palabras para números podían entonces generar términos numéricos más grandes. Quizás, combinando la palabra para «dos» y «mano», innovaban con una palabra como «dos mano» («siete») cuando contaban elementos con sus dedos. Con el tiempo, el uso de ese término llevaría a una productividad mayor y podría usarse en muchos contextos para nombrar conjuntos de diferentes elementos. Otros hablantes podrían extender la innovación en nuevas direcciones, creando palabras para «diez» y «veinte», probablemente también basándose en el número de dígitos del cuerpo humano. Se han podido seguir muchos caminos a medida que las palabras para números se acumulaban, se tomaban prestadas, se adaptaban y se extendían. Dada la utilidad de los números y los tipos de procesos que permiten, en la mayoría de los contextos podrían extenderse en una población y, potencialmente, hacia otras con las que estas estuvieran en contacto. Así, podrían darse en lenguas nuevas como palabras prestadas o como calcos, en los cuales las culturas adoptan nuevas palabras para las conceptos que toman prestados.

Darse cuenta de que los dedos pueden corresponderse simétricamente unos con otros, así como con otros objetos en relación uno a uno, nos lleva más allá de la capacidad de nuestros sentidos numéricos innatos. Pero se trata de una percepción formada de manera caprichosa, a juzgar por el hecho de que algunas lenguas no tienen sistemas numéricos robustos y otras poseen números que no están basados en las manos o los dedos. No obstante, esta idea es el factor más predominante en juego en la cosificación verbal de cantidades mayores que 4 (en cierto modo, resulta notable que no todos los grupos de gente nombren cantidades mayores a través de sus manos, dado el sesgo anatómico que tenemos hacia igualar los cinco dedos de una con los cinco de la otra). Finalmente, el descubrimiento de la existencia de cantidades mayores precisas y por tanto la invención de la mayoría de los números es un fruto accidental de que seamos bípedos, como muchas otras características del ser humano. Ser bípedos condujo a una mayor fijación manual y al reconocimiento de la simetría de nuestros dedos, así como también facilitó el reconocimiento ocasional de la correspondencia uno a uno de los dedos con otros objetos contables. Como un resultado de dichos factores, nuestras manos ofrecieron el camino con menos resistencia en nuestra travesía hacia los números.[7]

El fenómeno en juego aquí —los seres humanos dando sentido a cantidades debido a las características de su cuerpo más allá de su cerebro— es una muestra de uno mayor conocido como «conocimiento encarnado». Durante las últimas décadas, muchos filósofos, psicólogos, lingüistas y otros profesionales han señalado que muchos de los procesos cognitivos humanos se basan —o al menos se hallan facilitados— en las características de la experiencia física humana. El pujante estudio sobre el conocimiento encarnado ha demostrado que hay diversos procesos de pensamiento que están limitados o incrementados en concordancia con nuestra anatomía y el funcionamiento de nuestros cuerpos. Aunque este no es el lugar para una discusión larga de dichos procesos, considera de nuevo el ejemplo de la percepción temporal discutido en el capítulo 1. Nosotros, como hablantes del español, pensamos en el futuro como algo enfrente de nosotros porque, en cierto modo, caminamos hacia el futuro. Conforme avanzamos, percibimos que los momentos de nuestro pasado se produjeron mientras nos encontrábamos en espacios físicos que ahora están detrás de nosotros. Por el contrario, los momentos futuros se espera que ocurran en espacios situados delante de nosotros. La metáfora «el futuro está hacia delante» es el resultado de pensar en el tiempo en términos de una experiencia física y corpórea. Esta perspectiva común en el tiempo es un ejemplo del pensamiento encarnado, ya que nuestra interpretación de la progresión del tiempo se ve influida por el modo en que nuestros cuerpos funcionan. De manera similar, cuando los seres humanos piensan «cinco objetos son como una mano» o algún pensamiento relacionado, y a continuación inventan los números, varias características de sus cuerpos están permitiendo el proceso cognitivo en cuestión. Su conocimiento está encarnado ya que se refieren a una mano, metonímicamente, para señalar una característica cuantitativa de esa característica corpórea. Aunque los lingüistas hace tiempo reconocieron que los sistemas numéricos tienden a ser decimales, quinarios o vigesimales (o alguna combinación de estos), el alcance del pensamiento cuantitativo encarnado para influir en la creación de la mayoría de los números ha sido subestimado en muchos círculos.[8]

MÁS ALLÁ DE SIMPLEMENTE CONTAR

Muchos conceptos basados en números no se inspiran en las manos. La práctica matemática compleja solo se ha desarrollado de manera independiente en pocas culturas, a pesar de la universalidad de los dedos y del predominio mundial de las palabras para números. Los números basados en la mano ni siquiera tienen por qué dar paso a números extremadamente grandes. Solo porque un lenguaje tiene palabras como «cinco» y «diez» no implica que tenga palabras como un «millar» o un «millón». Los términos para números sencillos son una condición necesaria pero no suficiente para la elaboración de números más complejos.

Muchos otros tipos de números tampoco implican necesariamente la introducción de las palabras básicas para nombrarlos en una cultura dada. La ruta anatómica lleva a enteros sencillos que han sido acuñados como «números naturales prototípicos»,[9] como «cinco», «seis», «diez» y «veinte». Pero no necesariamente producen un número como «cero» (véase el tema del cero en el capítulo 9). Ni necesariamente producen fracciones. Ni números negativos. Ni números irracionales. Ni el descubrimiento de la sucesión de Fibonacci. Etcétera. Una pregunta natural en el transcurso de esta discusión es cómo empezamos a construir sobre los números naturales prototípicos para llegar a un mundo con todo tipo de números y conceptos matemáticos. Una enumeración completa de la evolución de la aritmética está fuera del alcance de este libro. Aunque merece la pena considerar algunos de los factores clave involucrados cuando los humanos toman los números naturales prototípicos y los usan para innovar conceptos matemáticos fundamentales, como la adición, la sustracción y la multiplicación. Después de todo, estos últimas operaciones son el centro de muchas tecnologías materiales y de conducta humanas.

Esta discusión de la extensión de los conceptos numéricos nos hace volver a un tema recurrente: los seres humanos dieron sentido a las nociones abstractas a través de cosas concretas encontradas en nuestras vidas físicamente fundamentadas. Al igual que las metáforas para el tiempo y la ruta manual hacia los números, estas se apoyan en cómo nuestros cuerpos están estructurados y funcionan: se ha elaborado un supuesto convincente de que el conocimiento aritmético base está fundamentado en nuestra experiencia física. Es decir, la evolución de los conceptos matemáticos fuera de los números naturales prototípicos surge en gran parte de los seres humanos cuando estos recurren al pensamiento metafórico sobre entidades físicas.[10]

En el asunto que nos concierne, resultan relevantes dos tipos clave de pensamiento metafórico fundamentado en lo físico. El primero es simplemente la metáfora conceptual, de la cual hay numerosos casos en cualquier lengua dada, por citar dos ejemplos adicionales en español: la noción abstracta de un humor emocional se representa en términos de temperatura y las cosas negativas son descritas como «de bajón». La primera metáfora basada físicamente surge, por ejemplo, cuando nos referimos a gente que tiene personalidades «frías» o «cálidas», con una suposición implícita de que las cosas cálidas son de algún modo más amigables o acogedoras. La segunda resulta evidente cuando hablamos sobre sentirse «de bajón», o de alguien que se siente «con el ánimo por los suelos» o que «ha caído en una depresión». Por supuesto, estas metáforas son solo dos ejemplos de los muchos que existen (la conexión metafórica entre las cosas físicamente «bajas» y emocionalmente «tristes» se origina de las asociaciones experimentadas entre muerte/entierro y estar «bajo» tierra).

El segundo tipo de pensamiento metafórico relevante aquí es a lo que los lingüistas se refieren como «movimiento ficticio», por el cual pensamos en elementos como si se estuviesen desplazando mientras los visualizamos mentalmente. Por ejemplo, si digo «los rascacielos del horizonte de Miami recorren la bahía Vizcaína» es un caso de movimiento ficticio. Resulta obvio que los edificios no se encuentran en realidad en movimiento, pero hablo de ellos como si lo estuviesen. De manera similar, si afirmo que «la frontera de Perú y Brasil pasa a través del Amazonas», nadie interpreta que eso signifique que los límites se están desplazando. Las metáforas fundamentadas físicamente y el movimiento ficticio resultan ambos esenciales para la construcción del razonamiento matemático.

Los científicos cognitivos —de manera más destacada Rafael Núñez, de la Universidad de California, San Diego— han ofrecido evidencias de que las metáforas básicas y el movimiento ficticio ayudan a dar estructura a la aritmética. Señalan, por ejemplo, que en la creación de las prácticas de adición y sustracción, un eje figurativo que arma la relación entre los números es la metáfora «la aritmética es una colección de objetos».[11] En otras palabras, la gente piensa en los números en términos de objetos, una vez más convirtiendo nociones abstractas en algo más concreto y tangible. Alguna evidencia para esta orientación metafórica es la superposición entre términos y frases para la adición/sustracción y la manipulación de entidades físicas. Puedo hablar de «añadir dos a cinco» o de «añadir queso a mi hamburguesa», «añadir sal a mi ensalada» o «añadir otro mueble a la habitación». Puedo decir «la suma de tres y tres es igual a seis» o decir «sumo un nuevo Ferrari a la colección de coches». Y al igual que puedo hablar de «combinar tres y cinco», puedo hacerlo de «combinar azúcar, huevos y mantequilla». Juntamos números en nuestras mentes como juntamos objetos en el mundo externo a nuestro cerebro. Por el contrario, separamos los números como separamos los objetos. Puedo decir que «si tú quitas ese pilar, la estructura se derrumbará», o dar las gracias por «sacar la basura». Pero también puedo hablar de «quitar cinco a siete» o decir «si a doce le sacamos seis es igual a seis». Además, al igual que podría decir «quince menos dos es trece», puedo decir «menos por el cinturón, ese conjunto no favorece». Podría seguir, pero la idea está clara: gran parte del lenguaje que usamos para coleccionar o eliminar objetos se usa también para coleccionar o eliminar números.

Sin embargo, los paralelismos lingüísticos objeto-número no acaban aquí. Del mismo modo que podemos hablar del tamaño de las cosas, podemos hacerlo del «tamaño» de los números. Puedo decir que un trillón es un número «realmente grande» o que «siete es más pequeño que quince». Podría decir «no sé exactamente cuánto gana, pero sé que es una cantidad enorme». O afirmar que «su salario es minúsculo comparado con lo que se merece». A menudo hablamos de los números como si fuesen elementos manipulables de varios tamaños, objetos que pueden compararse, combinarse o acumularse. Este tipo de pensamiento metafórico es tan natural que quizás no nos demos cuenta de que lo usamos. Parte de esta fundamentación física del lenguaje aritmético podría deberse a que la invención de los números depende mucho de nuestros cuerpos físicos. Pero es también porque, en muchos dominios cognitivos, pensamos y hablamos de nociones abstractas como si fuesen elementos del mundo físico. Esta transferencia metafórica nos permite manejar más hábilmente estos conceptos abstractos. Pensar en números en términos de objetos físicos facilita su almacenamiento mental, su representación y manipulación, ya que podemos visualizar y recordar con mayor facilidad objetos que conceptos abstractos.

El movimiento ficticio también juega un papel en el desarrollo de las estrategias aritméticas, aunque probablemente uno más pequeño. Esto es en definitiva un fenómeno perceptible, pero también metafórico, y la metáfora en juego podría llamarse «la aritmética es movimiento a lo largo de un camino».[12] La idea básica es esta. Mucha gente (con seguridad los hablantes del español) describen los números como si apareciesen en una línea y describiesen un movimiento a lo largo de esa recta. Las ejemplificaciones lingüísticas de esta metáfora son abundantes. Por ejemplo, puedo decir que «101 y 102 están muy cerca». Si te pregunto cuánto es diez más diez y me dices treinta, puedo afirmar que tu respuesta está «bastante lejos». Si ves un montón de gente en una clase, podrías decir que hay «alrededor de veinte» estudiantes. Si no crees que haya tantos, podrías decir que hay «cerca de veinte». Se podría decir a los niños que contasen de uno a cien sin «saltarse ningún número». O podemos aprender a «contar hacia atrás», ya que contar supone un movimiento hacia delante o hacia atrás en la recta numérica. La naturalidad de dicho lenguaje puede oscurecer qué está sucediendo cuando lo usamos; estamos hablando de números abstractos y las cantidades que describen como si existiesen en una línea por la que podemos movernos o medir. La referencia a los números en términos de rectas y objetos manipulables es generalizada y facilita nuestra adquisición de muchos conceptos aritméticos durante la infancia. Estas metáforas se emplean de forma deliberada en contextos pedagógicos también, ya que los estudiantes asocian los números con objetos físicos y con una recta numérica en los libros de texto de matemáticas.[13]

Además de los patrones en el discurso, los patrones en las señas que lo acompañan revelan los modos en que conceptualizamos los números mediante metáforas. El estudio de los gestos que hace la gente mientras habla es un área fértil de investigación en la ciencia cognitiva, y hay muchos trabajos que sugieren que estos sirven como una ventana al proceso de conocimiento humano. Por ejemplo, el hecho de que los hablantes de español tiendan a pensar en el futuro como algo frente a ellos se refleja en su modo de apuntar con las manos hacia delante cuando hablan de eventos que aún no han ocurrido. Por el contrario, a menudo apuntan con las manos hacia atrás cuando hablan sobre el pasado. De manera similar, los gestos surgen cuando la gente está hablando de números, como pone en evidencia un estudio reciente de grabaciones de vídeo de estudiantes universitarios. Cuando los jóvenes grabados hablaban de sumar números, simultáneamente usaban señas de «acumulación» o de «recorrido». Para estos últimos, movían sus dedos o manos de un lado a otro del cuerpo, señalando los números como si avanzaran a lo largo de una recta. Los primeros gestos implican un movimiento hacia dentro de las manos, configuradas como si los estudiantes estuviesen cogiendo o sosteniendo algo. Cuando los jóvenes estaban hablando de sumar números, estaban, simultánea e inconscientemente, acumulando objetos ficticios en sus manos o moviéndolas a lo largo de una recta imaginaria. Las metáforas claramente juegan algún papel en la construcción matemática más allá de los números, aunque el alcance de este rol requiere una exploración más profunda.[14]

La conclusión de que los seres humanos a menudo piensan en números en términos de espacio físico está respaldada también por otros tipos de hallazgos. Por ejemplo, la gente es más rápida haciendo dictámenes matemáticos cuando las informaciones espaciales y numéricas se corresponden de manera clara. Determinemos, por ejemplo, cuál de los siguientes dos números tiene un valor mayor:

7 o 9

O cuál de los siguientes dos:

6 u **8**

¿Te llevó más tiempo evaluar el primer par de números? Si es así, tu tiempo de reacción es como el de la mayoría de la gente que ha hecho estos dictámenes, ya que la información numérica y espacial son, de algún modo, complicadas de desembrollar por completo. De hecho, el enredo también surge en la investigación de la neuroimagen. Cuando se pide a las personas que se centren en un número o lleven a cabo tareas de razonamiento numérico, entran en funcionamiento ciertas porciones de su cerebro. De manera similar, cuando realizan acciones que requieren dictámenes del tamaño físico y/o localización, se activan estas mismas porciones.[15]

La superposición espacial-numérica es también evidente en la asociación numérica espacial de códigos de respuesta, comúnmente conocida como el efecto SNARC (cuyo descubrimiento, como muchas otras características del conocimiento numérico, se debe al psicólogo francés Stanislas Dehaene). Este efecto aparece en contextos experimentales cuando, por ejemplo, se pide a los sujetos que presionen un botón en cuanto vean un determinado número en una pantalla. Para los números grandes, las personas responden más rápido cuando pulsan el botón con la mano derecha. Para los más pequeños, son más veloces cuando lo hacen con la izquierda. Esto sugiere que se piensa en los números como si se estuviera en una configuración espacial a lo largo de una recta, con las cifras más pequeñas a la izquierda y las más grandes a la derecha. Sin embargo, en algunas culturas con escritura de derecha a izquierda, la recta parece estar invertida, y se responde más rápidamente a los números más grandes con la mano izquierda. La preponderancia del efecto SNARC, como los dictámenes numéricos influenciados espacialmente mencionados en el párrafo anterior, constituye un indicativo de la interrelación cognitiva del espacio y el número.[16]

Aunque la evidencia para algunas bases metafóricas y espaciales del pensamiento aritmético resulta convincente, esto no implica que el razonamiento metafórico sea la única base de dicho pensamiento. De hecho, parece improbable que cualquiera de los factores explique por sí solo la evolución de los números o la manipulación de estos a través de la aritmética básica. En el caso de las metáforas, por ejemplo, encontramos que puede variar cómo las culturas enmarcan los números en términos de espacio. Además, hay poca o ninguna evidencia en algunas sociedades de que la gente coloque los números en una recta numérica (véase la discusión de los yupno en el capítulo 5). A un nivel más básico, ya hemos observado que pocas lenguas carecen de números precisos en sí o tienen un conjunto numérico limitado. A ello se suma que aunque la ruta manual a los números resulta muy común, no constituye la única ruta posible y las bases de los sistemas numéricos no siempre muestran vestigios de este camino. Por ejemplo, algunas lenguas usan sistemas de base 6 que no pueden atribuirse al uso de palabras para las manos o dedos cuando se dio inicialmente nombre a los números (véase el capítulo 3). Un tema recurrente del campo de la lingüística es que no deberíamos generalizar patrones evidentes en muchas lenguas y asumir que existan en todas ellas. Sin embargo, dado que todo el mundo comparte los mismos cerebros y cuerpos básicos, no nos sorprende que normalmente tomen rutas similares a conceptos aritméticos. Y estas a menudo implican rutas metafóricas.

Otra de las bases para la expansión del pensamiento numérico resulta más específicamente lingüística. El trabajo de la lingüista Heike Wiese sugiere que la sintaxis, el modo en el cual las oraciones están estructuradas, facilita la creación de conceptos numéricos. La estructura lingüística podría ayudarnos a transformar términos como «cinco» y «seis» en sistemas numéricos más productivos. Finamente nosotros, como usuarios de números, acabamos dándonos cuenta de que 6 es uno más que 5 y uno menos que 7, es decir, llegamos a entender el principio de sucesión. Pero es probable que lleguemos a entender esto, al menos en parte, porque la lengua nos proporciona la práctica con símbolos cuyo significado varía según la secuencia en que aparecen. Fijémonos en una oración transitiva como «El cocodrilo comió una serpiente». El significado de esta afirmación depende de sus palabras individuales, pero estas por sí solas son insuficientes para la comprensión si no hay una convención sintáctica. Después de todo, algunas serpientes (anacondas) comen cocodrilos, de modo que ¿cómo sabemos quién come a quién? La facilidad con la cual interpretamos estas oraciones potencialmente ambiguas se debe a la sintaxis española. Debido a que los sujetos, por regla general, preceden a los verbos, los cuales a su vez se anteponen a los objetos, sabemos que la serpiente es la que está siendo comida. Si extendemos este tipo de significado dependiente de la secuencia al mundo de los números, podemos ver cómo la sintaxis nos ayuda a apreciar la relación de un número natural respecto a otro. Quizás estemos predispuestos para crear y descifrar las secuencias que usamos al contar, así como para entender que las palabras para contar tienen significados predecibles específicos, porque la estructura lingüística ayuda a preparar el terreno para la comprensión de secuencias numéricas. Desde esta perspectiva, la sintaxis nos da las bases para entender que los significados de las palabras pueden variar según el orden en el que aparecen.[17]

Dichos factores, como las metáforas y la sintaxis, son útiles para comprender cómo nosotros, como especie, pasamos de captar la idea de los números básicos a manipularlos de diferentes maneras. Estos factores ayudan a explicar cómo, más allá de los números naturales prototípicos, han evolucionado los procesos aritméticos. Para ser más claro, no estoy sugiriendo que estos factores se den necesariamente en todas las culturas, o que lo hagan de manera lógica en todos los casos desde la invención de las palabras para números. Por supuesto, sería inexacto afirmar que «la gente inventó los números gracias a sus dedos, a que tiene metáforas y lenguaje bla bla bla, y al final llegaron al teorema fundamental del cálculo». La medida en que las culturas aprovechan la aritmética básica y las matemáticas más complejas varía drásticamente, sugiriendo que influyen muchos factores sociales accidentales. Sin embargo, las causas que hemos discutido parecen ser comunes y resultan componentes clave en el perfeccionamiento del pensamiento matemático.

Los números en el cerebro

El cerebro humano es varias veces más grande de lo que debería ser, dada la proporción típica del volumen de este órgano respecto al tamaño del cuerpo que es evidente en otros primates. Alrededor del ochenta por ciento de la masa de nuestro cerebro se encuentra en el córtex cerebral, que pliega de manera desordenada capas de materia gris, de alrededor de 2-4 milímetros de gruesa, divididas en dos hemisferios y cuatro lóbulos principales. El córtex tiene, según algunas estimaciones, de 21.000 a 26.000 millones de neuronas que permiten todo tipo de formas de pensamiento exclusivamente humanas. La amplia investigación en las últimas décadas ha explorado nuestros enormes cerebros y examinado, entre muchos otros temas, cómo se da el conocimiento numérico a nivel neurofisiológico. Los estudios de neuroimagen han encontrado el lugar en el córtex donde se da la mayoría del pensamiento numérico. Esta ubicación numérica no está en nuestro córtex frontal, superdesarrollado de manera excepcional. En su lugar, mucho de nuestro razonamiento numérico básico tiene lugar en una región llamada el surco intraparietal (SIP), que se menciona por primera vez en el capítulo 4. Como indiqué entonces, nuestros sentidos numéricos innatos parecen estar localizados principalmente allí.[18]

Dado que los sentidos numéricos innatos humanos no son tan distintos de los de los primates, quizás no sería sorprendente que mucho de nuestro pensamiento numérico se dé en una región del cerebro que también existe en los de especies con las que estamos muy relacionados. De hecho, el trabajo en neuroimagen sugiere que el SIP de los monos también se activa en respuesta a tareas numéricas, tales como averiguar si dos conjuntos de puntos representan diferentes cantidades. Además, los grupos concretos de neuronas de su SIP se activan en concordancia con las cantidades específicas centradas en tareas particulares. Cuando los monos perciben un objeto, se enciende un bloque predecible de neuronas. Cuando se perciben dos objetos, lo hace un grupo diferente, pero todavía predecible.[19]

Los estudios de nuestros propios cerebros han mostrado una y otra vez que el SIP de los dos hemisferios se enciende durante muchas tareas de procesamiento numérico. Los estudios de neuroimagen a menudo implican imagen por resonancia magnética funcional (IRMf). En dichos trabajos, los sujetos llevan a cabo tareas de razonamiento matemático mientras su actividad cerebral es monitorizada mediante IRMf. Como algunos neurocientíficos han indicado, esta función está principalmente localizada en una porción específica del SIP, una franja horizontal del surco cerebral a la que nos referimos como el segmento horizontal del SIP (SHSIP). Un gran número de experimentos de imagen han demostrado que el SHSIP se enciende cuando los seres humanos perciben y diferencian cantidades. Por ejemplo, si se te muestra un conjunto de puntos o se te pide que compares cuantitativamente dos conjuntos, tu SHSIP se activaría. De manera sorprendente, el segmento horizontal se enciente cuando se perciben las cantidades de puntos, cuando se ven los numerales o cuando se escucha hablar de números. En otras palabras, el procesamiento numérico que abarca diferentes modalidades sucede ahí. El SHSIP está asociado con el pensamiento numérico abstracto, no simplemente con la percepción visual de grupos de objetos. Además, el grado por el cual se activa corresponde a la intensidad de pensamiento numérico requerido para una tarea en concreto. Por ejemplo, si se te pide valorar si veinte puntos son más en número que cinco puntos, tu SHSIP se activaría solo de forma débil. Por el contrario, si se te pide diferenciar veinte puntos de diecisiete, el grado de activación sería mucho mayor.[20]

Los datos de la neuroimagen dibujan una realidad similar a la representada por otros datos que hemos visto: los seres humanos tienen un componente neurobiológico primordial básico compartido con varias especies. Pero poseen también la capacidad de expandir las funciones de este componente más allá de la diferenciación de cantidades pequeñas y la aproximación de las más grandes. Esta expansión funcional requiere el uso de otras partes del córtex humano. Más concretamente, necesitamos usar porciones del hemisferio izquierdo asociado con el procesamiento lingüístico para expandir el pensamiento numérico en el reino de la diferenciación exacta, la suma exacta, la resta exacta, etcétera. Para que se dé esta ampliación, necesitamos un modo de verbalizar las diferencias cuantitativas: esta expansión está basada en lo verbal, lo cual parece facilitado por las metáforas y la sintaxis lingüística, y resulta evidente en los datos de las imágenes que muestran la activación de las regiones del córtex asociadas al lenguaje durante algunas tareas cuantitativas. Los datos de la neuroimagen nos llevan de vuelta a la misma conclusión que nos es familiar. Para construir nuestro pensamiento matemático innato, necesitamos verbalizar símbolos para cantidades. Necesitamos los números.[21]

Conclusión

La manera más frecuente en la que se produjo la invención de los números es la siguiente. La gente entiende, de un modo que no es constante, que las cantidades precisas como «cinco» existen. Comprender esto conlleva, en algunos casos al menos, a la creación de los términos para esas cantidades. Las palabras usadas normalmente se basan en nombres ya existentes de las partes del cuerpo, en miembros que permiten o facilitan la comprensión pertinente para que estas cuantías precisas existan. Las palabras para números resultantes representan cantidades de manera exacta y esta representación exacta viene, al menos en parte, de nuestra capacidad innata para el reconocimiento de cantidades básicas. Sin embargo, el papel principal de nuestros dedos y manos en la representación de estas últimas no puede ser exagerado. Este rol se debe en cierta medida a la ubicuidad de los dedos en el conocimiento humano, a la experiencia de percepción y a la simetría inherente entre las manos de las personas. También, aunque de modo indirecto, a que seamos bípedos. Y representa un modo clave, pero uno de muchos, en el cual los humanos damos sentido a nuestra experiencia cognitiva a través del pensamiento encarnado.

La invención de los números básicos, las palabras de números naturales prototípicos, es solo el comienzo del relato. El uso de estos términos conduce a la expansión funcional final de las actividades neurofisiológicas asociadas con el razonamiento cuantitativo. Aunque no comprendamos completamente esta expansión, sabemos que es muy dependiente de la existencia de números verbalizados. Otros fenómenos lingüísticos, incluidas las metáforas y la secuenciación sintáctica regular, ayudan a construir el edificio de la aritmética, pero este se encuentra asentado en números verbalizados.

Los números son un invento de la mente humana cuyos efectos en la historia de la humanidad han sido profundos. Transformaron nuestra comprensión de las cantidades. Pero sus efectos no son solo cognitivos, ya que también han llegado a moldear nuestra experiencia de otros modos. A continuación discutiremos hasta dónde los números dieron forma, y siguen dando, a otras facetas de nuestra vida diaria.

9

El número y la cultura: subsistencia y simbolismo

En lo alto de Keops, la mayor de las pirámides de la meseta de Guiza, la magia matemática de los antiguos egipcios está puesta, de manera literal, al descubierto. Millones de toneladas de caliza erosionada convergen en los megalitos de la cúspide cuadrada, un espacio apenas lo suficientemente grande para que un adulto se relaje después de alcanzar la cima, rodeado de vertientes escarpadas por los cuatro lados (aunque las colillas esparcidas sugieren que mucha gente ha sido capaz de relajarse allí de algún modo). Al mirar los laterales de la pirámide desde esa altura, tragándose cualquier tendencia acrofóbica, uno se encuentra con la regularidad geométrica de los cuadrados concéntricos de la piedra que lleva hacia la base. Durante 139 metros verticales, los bloques apilados van haciéndose más grandes a medida que se aproximan al suelo. En contraste con la minúscula cima cuadrada, los lados del cuadrado de la parte baja miden alrededor de 230 metros de largo. Es interesante que el perímetro de la base de la pirámide tenga una longitud que es casi exactamente dos veces la altura original de la construcción cuando la altura se multiplica por π.[1] Hay todavía cierto desacuerdo sobre si esta correspondencia es intencionada, o si es solo una coincidencia derivada de la simetría general y la precisión de la estructura. Lo que es indiscutible es que esta pirámide representa un logro notable y atemporal de los arquitectos y trabajadores de la Antigüedad. Fue la estructura más alta hecha por los humanos durante casi cuatro milenios, hasta que se completó la catedral de Lincoln, en Inglaterra, en 1311. La pirámide ha servido como un mausoleo para el faraón egipcio Keops desde su construcción, que fue finalizada alrededor del 2540 a. C., y su imponente estructura es tan antigua que ha sido una atracción turística durante miles de años. Su edificación, como la de otros muchos grandes monumentos, tumbas y edificios, requirió la labor entregada de una porción significativa de la población, que la convirtió en una pieza central de su cultura, cosificando lo mitológico y reforzando varios valores espirituales. La construcción de Keops y otras pirámides ayudó a dar forma a la vida egipcia. La pirámide incluso juega un papel destacado en las vidas de muchos egipcios de la actualidad, que sacan beneficio del turismo cuatro milenios y medio después de ser erigida.

No hace falta reflexionar demasiado para darse cuenta de que la estructura, como muchos otros logros humanos de los últimos miles de años, habría sido imposible sin los números y las matemáticas. Los grandes proyectos formados por culturas colaborativas, los cuales a su vez ayudan a dar forma a estas sociedades en un ciclo de retroalimentación material-social, dependen de las matemáticas. Nadie discutiría que los números permitieron florecer ciertas características obvias de la cultura material, como Keops y otras estructuras enormes. En este capítulo exploraremos unos pocos de los modos en los cuales los números cambiaron la experiencia diaria de los seres humanos en la mayoría de las civilizaciones. Además de Keops, hay otros casos menos obvios pero que también muestran aspectos más generalizados de la cultura material y simbólica que ha sido creada a través de los números o gracias a la existencia estos. Ya desde hace tiempo se reconoce a las matemáticas como unas precursoras cruciales para la arquitectura, para la industrialización, para la llegada de procedimientos médicos y científicos, etcétera. A pesar de su mérito, este reconocimiento común puede decirse que refleja nuestra histórica miopía, ya que solemos centrarnos en los desarrollos relativamente recientes en las matemáticas occidentales que producen avances en la ingeniería y la ciencia. Aquí el foco está en un intervalo de tiempo más distante y en un papel más relacionado con los cimientos que los números tuvieron —aparte de su rol en las matemáticas avanzadas— en la construcción de prácticas culturales que remodelaron la experiencia humana. Quizás, de manera más esencial, los números hicieron posibles las revoluciones agrícolas y la innovación asociada a los sistemas de escritura en diferentes partes del globo en variados momentos de la historia. Solo después de los cambios en los cultivos, las prácticas matemáticas complejas desarrolladas en Mesopotamia, China y América Central posibilitaron excedentes de comida que dieron pie a las clases entrenadas en estas ciencias en esas regiones. Aunque antes de dichos desarrollos, las propias agricultura y escritura fueron precedidas, no accidentalmente, por la llegada de sistemas numéricos. En un sentido estricto, estos últimos fueron las bases sobre las cuales se construyeron grandes civilizaciones, incluyendo la que creó la pirámide de Keops. La afirmación aquí no es que los sistemas numéricos complejos siempre produzcan estados agrícolas amplios o sistemas de escritura, sino que el uso de estos sistemas fue un criterio necesario para el comienzo de dicho fenómeno. A continuación ofrezco algunas evidencias que respaldan esta visión.

LOS NÚMEROS Y LA SUBSISTENCIA

Filtramos nuestra experiencia a través de las creencias, valores y herramientas aprendidas y compartidas que heredamos de quienes nos rodean, en modos que a veces son subliminales. Es decir, nuestras vivencias pasan a través de la cultura en la que nacemos. Casi todo elemento de nuestras vidas se ve afectado, de un modo u otro, por este filtro. ¿Qué significa casarse? Bien, dependiendo de la cultura en la que nazcas, en algunos casos significa tener varias esposas, y en otros tener solo una. Podría ser un acuerdo de por vida, o podría no serlo. En mi propia experiencia en culturas dispares, he sido testigo de matrimonios entre dos personas de doce años, entre una niña de once y un señor de cuarenta, entre un hombre y varias mujeres, entre dos mujeres que ya tenían los cincuenta, junto con infinidad de otros acuerdos maritales. A la gente de cada una de las culturas en las cuales encontré estos matrimonios las uniones les parecían naturales, aunque obviamente estos enlaces están considerados muy poco apropiados en otras sociedades del mundo. Estos acuerdos reflejan también algunas variaciones cruciales en la noción de la infancia en diferentes culturas. Este no es el lugar para una letanía de los modos en que la cultura construye nuestras vidas sociales, pero, si define qué se entiende por infancia y matrimonio, pocos aspectos de nuestras vidas caen fuera de este ámbito. Como he indicado con anterioridad, el componente lingüístico de una cultura puede también impactar en todo, desde cómo pensamos en el espacio y el tiempo a la diferenciación de las categorías de colores, a veces de manera persistente (aunque sutil). En resumen, nuestra experiencia cognitiva y conductual es, de muchos modos, un producto de factores culturales específicos. Y estos incluyen los números usados por grupos particulares de gente.

Como hemos visto, los términos numéricos influyen en el pensamiento numérico básico, permitiendo habilidades de reconocimiento de cantidades básicas. Estas destrezas pueden luego desarrollarse con la creación de la aritmética. Además, parece que las habilidades de reconocimiento de cantidades básicas permiten, o al menos facilitan, modificaciones culturales asociadas, por ejemplo, las relacionadas con el tipo de subsistencia. A su vez, estos cambios podrían ejercer presión sobre los miembros de culturas concretas para desarrollar más su inventario de palabras para números y mejorar las estrategias aritméticas. Dicho de otra forma, esto parece guardar una relación simbiótica entre los números y las facetas no lingüísticas de la cultura, ya que actúan unos con las otras durante el transcurso de generaciones. Algunas de las evidencias para esta relación simbiótica se descubren examinando asociaciones globales entre componentes de conducta de la cultura y el lenguaje numérico.

Una de las cosas más fascinantes sobre los números —al menos desde una perspectiva intercultural— es el grado en el que varían. Esta variación está clara a partir de los hallazgos expuestos en este libro. Merece la pena notar que la mayoría de las facetas del significado no cambian demasiado con relación a su rango de expresión a lo largo de las lenguas del mundo. Por ejemplo, en el caso de los términos para los colores, sí que hay una variación respecto a cómo las lenguas del mundo codifican la tonalidad, pero esta se halla restringida en lo que respecta al número de voces para colores básicos: los idiomas suelen tener entre tres y once palabras para nombrarlos. De manera similar, se ha visto que los términos para las emociones básicas e incluso los olores oscilan de manera similar, ya que tienen una variedad de otras categorías de conceptos. Aunque en lo que se refiere las cantidades, las lenguas varían más drásticamente con respecto a cuántas palabras emplean, en orden de magnitud, en una escala exponencial. Esto no indica que no haya una regularidad en el modo en que las expresiones para números se estructuran, o que los significados de los términos para números no están restringidos. A pesar de que la suma de palabras para números en las lenguas varía de forma sustancial, debido al alcance ilimitado de las cantidades que pueden nombrarse, la traducción de estas voces suele resultar bastante sencilla. La palabra para 6 en cualquier lengua se refiere a precisamente seis elementos, por definición. Esto tiene sentido, ya que los objetos aparecen en cantidades discontinuas, en conjuntos discretos. Por el contrario, los colores del espectro de luz visible se funden unos con otros. Como resultado de este y otros factores, la referencia física de los términos para los colores a menudo difiere un poco de una lengua a otra (véase el capítulo 1), ya que los idiomas dividen la luz visible de manera restringida, pero dispar. Por el contrario, de manera habitual, el significado de palabras como «cinco» es constante en las diferentes lenguas.

Dado el alcance incomparable en el cual el rango de los números hablados puede variar entre culturas, resulta particularmente crucial que exploremos la relación entre los sistemas numéricos y otros factores culturales. La investigación de los nexos entre la cultura y los números ha sido emprendida por varios científicos a lo largo de los años. Aquí discutimos uno de los resultados más cruciales de ese trabajo, la demostración de una relación entre los tipos de sistemas numéricos y las estrategias de subsistencia. Un estudio reciente ha ofrecido pruebas de una correlación claramente discernible entre los sistemas numéricos simples (a veces al borde de la no existencia) y la subsistencia de cazadores-recolectores. Por el contrario, los modos de vida agrícolas están asociados con tipos de números más elaborados.[2]

Liderados por Patience Epps, de la Universidad de Texas, un equipo de lingüistas ha documentado hace poco la complejidad de los sistemas numéricos en muchos de los idiomas del mundo. En concreto, los investigadores estaban preocupados por el límite numérico superior de las lenguas, es decir, la mayor cantidad que tenía un nombre específico. Este límite no es fácil de establecer en el caso de algunos idiomas. Esto resulta cierto, por ejemplo, para el bardi: esta lengua australiana tiene palabras para 1, 2 y 3, pero el estatus del término para 4 es menos claro, ya que implica la reduplicación o doblar la palabra para 2 (como se indicó en el capítulo 8, el número para «cuatro» en las lenguas australianas a menudo está compuesto por números más pequeños). Además, la palabra *ni-marla* o «mano» se podría referir a 5, pero solo para algunos hablantes del bardi. Un número tan idiosincrático ejemplifica los retos ocasionales para establecer límites superiores en sistemas numéricos particulares; aunque en la mayoría de los casos determinar el mayor número concreto en una lengua dada es una tarea directa. El equipo lingüístico en cuestión encontró los límites numéricos superiores en 193 idiomas de las culturas de cazadores-recolectores de Australia, el Amazonas, África y Norteamérica. Además, examinaron los límites superiores de 204 lenguas habladas por agricultores y pastores en estas regiones. Descubrieron que los idiomas de los grupos de cazadores-recolectores generalmente tienen límites superiores más bajos. Esto es verdad sobre todo en Australia y el Amazonas, las regiones con las llamadas estrategias de subsistencia cazadores-recolectores puras. Los números limitados comunes a las lenguas en estas regiones se mencionaron en el capítulo 3, pero ahora podemos relacionar esas limitaciones con factores culturales.[3]

En el caso de las lenguas australianas, el estudio en cuestión observó que más del ochenta por ciento están limitadas numéricamente, siendo la mayor cantidad representada solo 3 o 4.[4] Solo se encontró una lengua australiana, la gamilaraay, que tiene un límite superior por encima de 10, y su número mayor es 20. Dado que todas las poblaciones indígenas australianas tradicionalmente dependen de la caza y la recolección, la asociación entre los términos numéricos limitados y el tipo de subsistencia se inclina mucho en la dirección que se predijo sobre ese continente. La relación también es robusta en América del Sur y, más en concreto, en el Amazonas. Las lenguas de las culturas de cazadores-recolectores de esta región suelen tener límites superiores por debajo de 10. Solo una de las lenguas supervivientes de los cazadores-recolectores de América del Sur, la huaorani, tiene números para cantidades mayores de 20. Aproximadamente dos tercios de los idiomas de estos grupos en la región tienen límites superiores que son 5 o menos, aunque sí que hay un tercio con límites superiores a 10. De manera similar, alrededor de dos tercios de las lenguas de cazadores-recolectores en África tienen límites superiores que son 10 o menos. Estas proporciones de sistemas numéricos limitados son mucho más pronunciadas que lo que se podría esperar de una muestra aleatoria de culturas. En resumen, la correlación entre las estrategias de subsistencia básicas y la complejidad numérica es predominante en todas estas regiones.

A pesar de su utilidad, un problema de dichos hallazgos es que están basados en una categorización simplista de las culturas de cazadores-recolectores frente a las de no cazadores-recolectores. Dicha categorización es necesaria para llevar a cabo este trabajo de investigación, pero es importante tener en mente que las estrategias de subsistencia humana varían más radicalmente de lo que implican estas etiquetas. Por ejemplo, los llamados grupos de cazadores-recolectores difieren bastante en lo que se refiere a cómo adquieren calorías a través de la carne y en los tipos de caza que realizan. Después de todo, los que habitan Australia, el Amazonas y cualquier otro lugar cazan diferentes tipos de animales y viven en entornos ecológicos distintos. Estas variaciones ecológicas incluyen un acceso diferente a fuentes de agua fresca y, por tanto, proporciones variables de dependencia del pescado y otros animales acuáticos como fuente de calorías. Además, muchos grupos de cazadores-recolectores dependen, al menos en cierto modo, de estrategias en desarrollo de tala y quema, incluso si no realizan ningún tipo de agricultura sedentaria. Finalmente, las clases de entramados sociales más grandes, en los cuales ciertos grupos de cazadores-recolectores están integrados, difieren mucho: algunos del Amazonas viven vidas bastante inalteradas. De hecho, según nuevas técnicas de imagen por satélite, quedan varios grupos aislados de indígenas en la región. Por el contrario, la mayoría de los grupos de cazadores-recolectores de la Gran Cuenca, en el suroeste de Norteamérica (una zona sobre la que se centraron Epps y sus colegas), han estado más tiempo interconectados entre ellos y con comunidades más grandes. Con esta interconectividad viene un predominio mayor de comercio y la valoración de materias primas, lo que produce una utilidad intensificada de las palabras para números, además de una interconexión social mayor que lleva a que aumente la probabilidad del préstamo de términos numéricos. En resumen, diferentes culturas de cazadores-recolectores se enfrentan a presiones socioculturales notablemente diversas para un uso numérico intensificado. La utilización homogénea de términos como «cazador-recolector», aunque resulta comprensible, oculta algunas diferencias importantes entre los tipos de culturas. Por esa razón, no es demasiado sorprendente que los grupos de cazadores-recolectores en Norteamérica tengan sistemas numéricos más complejos que, por ejemplo, los del Amazonas.[5]

A pesar de las limitaciones de la terminología usada para categorizar las poblaciones humanas, hay todavía una correlación clara entre los tipos de estrategias de subsistencia y la complejidad de los sistemas numéricos: las culturas que dependen de la caza y la recolección, con menos uso de la agricultura o técnicas agrícolas complejas, es bastante probable que dependan de tecnologías numéricas modestas. Debería enfatizar el «bastante probable», ya que hay excepciones, pueblos sin agricultura con límites numéricos relativamente altos. Unas pocas sociedades excepcionales tienen alguna agricultura básica pero límites numéricos bajos, como los mundurukú, vistos en el capítulo 5. Sin embargo, no existen estados agrícolas grandes sin sistemas numéricos elaborados, ahora o en la historia de la que se tiene registro. Aunque debería ser claro al señalar que la explicación que se está ofreciendo no es una determinista, según la cual los sistemas numéricos con límites mayores llevan de manera inevitable a la agricultura. En su lugar estoy sugiriendo que los sistemas numéricos robustos son (y fueron) un factor importante que ayuda (ayudó) a crear prácticas agrícolas. Pero básicamente la afirmación implica una coevolución entre sistemas numéricos y patrones de subsistencia, puesto que ciertos tipos de subsistencia (como la agricultura sedentaria) también crean presión para el desarrollo de tipos de números más complejos.

Esta conclusión tiene ramificaciones no solo para nuestra conciencia de personas modernas, sino también para nuestra comprensión de los seres humanos a través de la historia. Después de todo, durante la gran mayoría de la existencia de nuestra especie, vivimos como cazadores y recolectores en África, sin prácticas agrícolas elaboradas y sin redes comerciales complejas. Entonces, una interpretación razonable de las distribución contemporánea de tipos de culturas y sistemas numéricos es que los seres humanos no dependimos de sistemas numéricos complejos durante gran parte de nuestra historia. También podemos concluir de manera razonable que las transiciones de culturas más grandes, más sedentarias y más basadas en el comercio ayudaron a presionar a varios grupos para desarrollar tecnologías numéricas con las que se implicasen más. De hecho, esta transición fue evidente en nuestra discusión del origen de la escritura en el capítulo 2. Los numerales escritos, y de manera más general la escritura, se desarrollaron primero en el Creciente Fértil después de que la revolución agrícola empezase allí. A medida que la gente en esa región creaba haciendas grandes, y a medida que la vida en la región se hacía más dependiente de la agricultura, se ejercieron nuevas presiones sobre las personas de esa parte del mundo para registrar cantidades de materia prima de manera precisa. Se enfrentaron a la necesidad de enumerar existencias de trigo, cebada y mijo, por ejemplo, para registrar el número de estas y otras materias primas resultado de la agricultura y/o la manufactura con las que comerciaban en centros urbanos que dependían de la agricultura. Estas presiones básicamente dieron lugar a numerales y otros símbolos escritos, como los basados en fichas de barro analizados en el capítulo 2. Fueron entonces los numerales los que permitieron nuevas formas de agricultura y comercio que requerían la diferenciación exacta y la representación de cantidades. El caso de la antigua Mesopotamia se sugiere la motivación para la correlación presente entre los tipos de subsistencia y los números: las economías basadas en los cultivos grandes y en el comercio necesitan la complejidad numérica para funcionar. Como los numerales escritos, límites numéricos más altos hacen que la agricultura y el comercio funcionen, pues permiten la diferenciación exacta de todas las cantidades relevantes.

Incluso algunas prácticas agrícolas supuestamente sencillas son imposibles sin la elaboración previa de sistemas numéricos. A partir de todas las pruebas que hemos analizado, resulta seguro decir que la revolución en la agricultura no habría sucedido si la gente no tuviese conjuntos de números amplios. Como hemos visto, la gente necesita números para diferenciar la mayoría de cantidades de manera precisa. De modo que, por supuesto, necesitamos algunas palabras para números y otras herramientas numéricas para hacer un seguimiento del ciclo lunar o, de manera más general, de los ciclos astronómicos, y otras características medioambientales básicas que son esenciales para el desarrollo de muchas prácticas agrícolas. En gran parte debido a esta importancia esencial, muchos de los primeros registros numéricos en regiones tan dispares como Mesoamérica y Mesopotamia siguen las estaciones y los ciclos astronómicos. Sin calendarios planeados basados en números, los seres humanos no podrían guiarse por los sutiles patrones celestiales, como las posiciones recurrentes del sol en las diferentes épocas del año. Nosotros inventamos las herramientas numéricas, pero estas luego han podido usarse de modos alternativos y mejorarse para resolver las necesidades inesperadas. La utilización de los números permitió a la gente hacer un seguimiento de la recurrencia de, por ejemplo, el equinoccio de primavera y el solsticio de invierno, y esto tuvo importancia para la agricultura. Los sistemas numéricos con límites altos también permitieron a los sumerios y a otras culturas contar filas de cebada de manera precisa, o medir de forma exacta las existencias de grano para el invierno. Sin los números, dichas tareas no eran solo difíciles, sino simplemente imposibles. Podemos ahora afirmar esto con seguridad debido a las investigaciones experimentales recientes discutidas en este libro. De modo que los números hicieron posible la agricultura y, al final, esta produce civilizaciones más grandes y más sedentarias. A su vez, estas sociedades conducen a redes mayores de mentes que comparten la misma lengua, a través de las cuales las nuevas herramientas numéricas se pueden difundir con rapidez.

Esta expansión de las herramientas numéricas no ha sido una característica solo del pasado, por ejemplo, durante la revolución agrícola en el Creciente Fértil. De hecho, la propagación de los sistemas numéricos continúa cambiando modos de vida y probablemente está tan extendida hoy en día como lo ha estado en cualquier punto de la historia de la humanidad. Varios tipos de presiones socioculturales actúan sobre los individuos en nuestra era, forzándolos a adoptar y adaptar sistemas numéricos. Explicaré el caso de un buen amigo mío, un miembro de un grupo indígena conocido como los karitiâna. Para preservar su anonimato me referiré a este amigo como Paulo. La población karitiâna consta de alrededor de 350 indígenas que viven en el suroeste del Amazonas. La mayoría de esta gente habita una reserva a 90 kilómetros por carretera de la creciente ciudad brasileña de Porto Velho. Pero un porcentaje creciente de karitiâna también vive en esa localidad cercana. Paulo pasó la mayoría de su infancia, en las décadas de 1980 y 1990, en el poblado más grande de la reserva. En cierto sentido, fue criado en una isla selvática rodeada de carreteras y fincas brasileñas. Durante ese tiempo, aprendió los números de los karitiâna (véase el capítulo 3), pero también estuvo expuesto a los números portugueses y los numerales escritos. Lo mismo podría decirse para el resto de karitiâna de su generación. Mientras algunos de estos buscaron cómo ganarse la vida cerca de Porto Velho, muchos otros lucharon por mantener su modo de vida tradicional en la reserva. En esa época esto era factible, y sus estrategias de subsistencia tradicionales de caza, recolección y horticultura podían practicarse de manera realista. Sin embargo, recientemente mantener sus modos de vida convencionales ha pasado a ser una propuesta menos sostenible. Ahora, una gran presa hidroeléctrica ha comenzado a funcionar cerca y esto ha tenido un impacto en las zonas de pesca locales. De manera similar, las tierras de los karitiâna están siendo invadidas de manera más directa por una población creciente de brasileños, y esta irrupción ha dado lugar a cantidades menores de presas y pescado en la reserva. En resumen, a pesar de la belleza y la utilidad de su isla selvática, muchos karitiâna sienten que no tienen otra opción que no sea buscar empleo en la economía brasileña local si quieren sobrevivir. Con seguridad esa es la realidad para Paulo. Ha estado matriculado en escuelas brasileñas durante algún tiempo, ha recibido educación superior y trabaja en la actualidad para una organización gubernamental. Por supuesto, para hacer estas cosas, tuvo que estudiar gramática y escritura portuguesas. Tuvo que aprender los números y también matemáticas. En resumen, las presiones socioeconómicas que sufre para adquirir los números de otra cultura resultan fuertes.

Es más, Paulo es solo uno de los cientos de millones de hablantes de lenguas en vías de extinción en la actualidad que se enfrenta a presiones parecidas para aprender los números de otros. Según algunas estimaciones, más del noventa por ciento de aproximadamente las 7.000 lenguas que existen hoy día están en peligro de algún modo u otro. Sobre todo, se hallan amenazadas porque personas como Paulo están siendo reclutadas en Estados nación más grandes, ganando fluidez en lenguas más viables desde el punto de vista económico. Estos idiomas, que suelen ser heredados de Europa, tienen sistemas numéricos y matemáticos complejos, en particular cuando se los compara a las lenguas de poblaciones pequeñas que dependen de la caza, la recolección y las prácticas hortícolas. Desde Nueva Guinea a Australia pasando por el Amazonas y otros muchos lugares, se está produciendo una matematización de la gente. Para sobrevivir y luchar, los indígenas se encuentran forzados de manera continua a tomar contactos mayores con los Estados nación hegemónicos. La interacción prolongada con las culturas de estos países normalmente requiere la adquisición de sistemas numéricos complejos. Esta idea es ilustrativa del patrón que ha existido, de forma más específica a nivel regional, durante milenios: las culturas ejercen presiones fuertes sobre otras para que adopten números y otras tecnologías numéricas. Al igual que los números permiten cambios culturales, como una mayor dependencia de la agricultura, estos también facilitan la adquisición de nuevos números. La cultura conductual y los sistemas numéricos operan con sinergia y en un ciclo de retroalimentación. Los cambios en prácticas culturales a menudo requieren la adquisición de nuevas herramientas numéricas, las cuales a su vez facilitan nuevas prácticas culturales, que, una vez más, podrían necesitar una mayor complejidad de herramientas numéricas. Y así sucesivamente.

LAS VENTAJAS SUBESTIMADAS DE ALGUNOS SISTEMAS NUMÉRICOS

Al hablar de las ventajas potenciales (como la agricultura) que permiten sistemas numéricos robustos, debería aclarar que no estoy igualando la adopción de dichos sistemas con la «evolución» de la cultura o del idioma. Muchos lingüistas y antropólogos del siglo XIX y principios del XX desarrollaron un hábito desafortunado de equiparar las características de las lenguas y las culturas europeas con alguna etapa supuestamente posterior en la evolución de las sociedades humanas. Lo mismo podría decirse de los colonos europeos, que solían analizar la cultura europea como el cénit de la adaptación social humana. Estos puntos de vista hace tiempo que han dejado de ser populares, al menos en parte, porque el extenso trabajo de campo los ha mostrado como basura. Por ejemplo, muchos colonos una vez consideraron que las lenguas de los indígenas americanos eran primitivas, que carecían del refinamiento gramatical de las europeas modernas y clásicas. Aunque algunos no lingüistas podrían todavía mantener estos puntos de vista caducos, lingüistas antropológicos de principios del siglo XX, como Franz Boas y Edward Sapir, hace tiempo que los eliminaron de los círculos académicos. Mostraron como las llamadas lenguas indígenas primitivas están llenas de todo tipo de complejidades gramaticales no evidentes en los idiomas indoeuropeos. Lo cual tampoco implica que las lenguas indígenas sean más complejas. Durante algún tiempo el consenso en la lingüística ha sido que no hay modo objetivo de clasificar los idiomas atendiendo a su complejidad inherente. Además, ya que se suele estar de acuerdo en que todas las lenguas pueden remontarse a algún origen africano, no tenemos bases para concluir que algunas están más evolucionadas que otras.

Dadas estas ideas, es importante no caer en la misma trampa de nuevo. Está claro que los idiomas varían en términos de complejidad numérica, en que algunos tienen inventarios de números mucho más extensos. Sin embargo, esto no implica que las lenguas en cuestión sean más complejas en general, o que sus hablantes estén de algún modo más avanzados socioculturalmente, aunque sí que estos tienen herramientas a su disposición que facilitan ciertos tipos de comportamiento. Esto es indiscutible. No obstante, no significa que esas culturas puedan situarse en alguna ruta sencilla hacia la modernidad, ni que toda la gente debería estar preocupada por ese camino. El caso de los karitiâna subraya cómo de involuntaria es la adopción de los sistemas numéricos para mucha gente. De manera enigmática, incluso frente a estas presiones para la adopción, algunos grupos siguen sin tener interés en utilizar un conjunto de números grande. Esto es seguramente el caso entre los pirahã, quienes suelen resistirse a la mayoría de los aspectos de la cultura brasileña. ¿Hace esto a al pueblo pirahã menos avanzado? Si uno emplea un punto de vista eurocéntrico de qué significa ser avanzado, seguro; aunque, en general, los pirahã parecen contentos con las elecciones que han hecho para mantener su cultura, y su propio etnocentrismo contradice la conclusión simplista de que ellos mismos se sienten inferiores o primitivos cuando se los compara con los forasteros. Su orgulloso linaje cultural durante mucho tiempo se ha adaptado bien a su entorno, sobreviviendo en el Amazonas durante milenios.[6]

La tradicional perspectiva eurocéntrica hacia la complejidad lingüística, que por defecto veía a las lenguas indígenas como primitivas, no solo dio como resultado simplificaciones excesivas de las gramáticas de otros idiomas, sino que también dio como resultado tratar por encima las complejidades numéricas en algunos lenguajes. A menudo se asumía que, por ejemplo, los sistemas numéricos eran necesariamente menos complejos si no eran de naturaleza decimal, o si los utilizaban culturas sin métodos de escritura. Ahora los académicos han empezado a darse cuenta de que algunos sistemas numéricos indígenas ofrecen ventajas específicas para tareas matemáticas concretas, incluso algunas que no ofrecen los tipos de números europeos. Esta apreciación de números esotéricos ha sido encabezada por el trabajo de dos científicos cognitivistas, Andrea Bender y Sieghard Beller. En la última década han publicado estudios fascinantes sobre las ventajas cognitivas no reconocidas hasta el momento de los sistemas numéricos nativos de algunas islas del Pacífico. Sus estudios sugieren que en ocasiones las complejidades y bellezas de algunos sistemas numéricos indígenas pueden estar subestimadas.[7]

En el capítulo 3 se mencionó que, a pesar de que la mayoría de sistemas numéricos hablados estaban basados en el cuerpo humano, existen excepciones. Algunos números de base 6 en Nueva Guinea, por ejemplo, parecen haber surgido debido a patrones comunes en acuerdos usados para el almacenaje del ñame. Estos tipos de números a menudo se perciben como simples por los foráneos, porque son más efectivos en contextos particulares y no pueden abstraerse con facilidad a todos los elementos contables. De hecho, en algunas lenguas, las palabras para números o algo similar a los números podrían estar restringidas a contextos específicos. Por ejemplo, el balinés y otros idiomas como algunos en el sur de Australia usan términos surgidos del orden de nacimiento. Esto no son números, sino nombres de personas basados en el orden en el cual los hermanos nacieron. Si alguien se llama *Ketut* en balinés, por ejemplo, sabemos que fue el cuarto de los hijos nacido en su familia. En la lengua australiana kaurna, el primogénito de ocho hermanos puede distinguirse por el final de sus nombres.[8] Estas palabras que son como números se utilizan solo en nombres, de modo que los términos no son lo suficiente abstractos para considerarse números propiamente dichos.

Así, la conclusión de que los sistemas numéricos con términos para contar objetos específicos son menos abstractos y menos productivos se encuentra argumentada de forma pésima en algunos casos. De hecho, la investigación de Bender y Beller sobre las lenguas polinesias demuestra que algunos sistemas numéricos con términos para contar objetos específicos pueden presentar ventajas cognitivas claras para sus hablantes.

Pensemos en el caso de la lengua que una vez se habló en la isla Mangareva, en la Polinesia Francesa. Este idioma empleaba diferentes secuencias para contar dependiendo de si los hablantes estaban enumerando, por ejemplo, un árbol del pan, un pandanus (otro similar a una palmera) o un árbol pulpo. Esta variación notable puede considerarse primitiva o no evolucionada por los foráneos, ya que no hay un conjunto único de términos numéricos abstractos que puedan usarse para contar todos los elementos. Aunque es interesante que la lengua de Mangareva descendiera del protooceánico, una lengua que aparentemente tenía un sistema decimal uniforme que podía usarse para contar cualquier cosa. De modo que la forma de contar en esta isla, así como otros sistemas polinésicos de conteo relacionados, se desarrollaron a partir de un sistema decimal que alguien podría pensar que estaba más evolucionado que el de Mangareva. Dicho desarrollo contraviene la presunción de que los números de la isla de Mangareva representan alguna etapa temprana en el desarrollo de la complejidad numérica verdadera. La trayectoria histórica ilógica de este sistema numérico se debe probablemente al hecho de que los sistemas numéricos de objetos concretos podrían incrementar la velocidad de la aritmética mental en algunos contextos, a la vez que reducen el esfuerzo cognitivo de algunas tareas matemáticas en ausencia de escritura.

En la isla de Mangareva tenían un sistema numérico principal por debajo de términos numéricos más públicos para contar tipos específicos de objetos. Este era en realidad un método decimal. Aunque encima de este marco decimal, la lengua también tenía otras secuencias para ser más efectiva contando tipos de objetos concretos. Estas secuencias estaban interrelacionadas de maneras matizadas. La palabras *tauga*, por ejemplo, significa 1, 2, 4 u 8 elementos, dependiendo del tipo de elemento que se esté contando. Hay un claro salto hacia delante binario de un tipo de *tauga* a otro, ya que 2 × 2 = 4 y 4 × 2 = 8. Pero la cualidad decimal del protooceánico también permanece en el cálculo de la isla, ya que *tauga* podría agruparse por decenas, es decir, en Mangareva contaban la cantidad de *taugas* y de modo decimal. Así, por ejemplo la palabra *paua* significa 20, 40 u 80, dependiendo del objeto que se quiera contar. Dicho de otra forma, *paua* se refiere a 10, pero a diez valores *tauga* asociados con un objeto en particular; y son estos últimos valores los que pueden variar de un modo binario. De modo que *paua* significa, en esencia, 10 × 2, 10 × 4 o 10 × 8, dependiendo de qué se está contando.

Esencialmente, en la isla de Mangareva estaban contando objetos, sobre todo aquellos importantes para su cultura y sus redes de comercio, por pares, por cuartetos o de ocho en ocho. Como Bender y Beller sugieren, si alguien cuenta doce *tauga* de pescado, se estaría refiriendo a 24 pescados. Si cuenta doces *taugas* de cocos, se estaría refiriendo a 48 cocos.[9] En Mangareva contaban objetos no como elementos individuales, sino como grupos fácilmente diferenciables. Esta estrategia de contar usando conjuntos presentaría ventajas para elementos que vienen en cantidades predecibles de 2, 4 y 8. Procesos análogos se dan en la actualidad cuando contamos elementos que de manera natural se dan en grupos. Si pides a alguien que compre bebidas en una tienda, por ejemplo, quizás pidas «cuatro paquetes de seis» en lugar de «veinticuatro cervezas». El sistema de contar de Mangareva estaba especializado en cantidades que solían encontrarse en el entorno local.

De manera adicional, el sistema de Mangareva insinúa las posibles ventajas de una estrategia binaria para agrupar cantidades con rapidez, puesto que el tamaño de la cuantía a la que nos referimos con *tauga* estaba basado en la potencia de dos. Ya mostró Leibniz las virtudes de los cómputos de base binaria en la primera parte del siglo XVIII. La investigación de Bender y Beller sugiere que en Mangareva han aprovechado algunas de estas ventajas siglos antes de su trabajo. El en apariencia primitivo modo de contar no abstracto nativo de algunas islas del Pacífico resulta no ser tan primitivo después de todo. Dicho hallazgo sirve como un relato de advertencia; algunos sistemas numéricos «no evolucionados» superficialmente funcionan de manera efectiva, y en modos no tan complejos como parece, para cubrir las necesidades de aquellos que los usan (o usaban).

Una investigación reciente también sugiere que se ha infravalorado la complejidad de algunos sistemas numéricos no lingüísticos. Muchas tablillas de contar y ábacos que se han utilizado, y todavía se siguen utilizando en diferentes culturas alrededor del mundo, presentan claras ventajas para sus usuarios. Pocos pondrían en duda esta conclusión si observaran a gente empleando, por ejemplo, el ábaco soroban de Japón (creado hace siglos a partir del ábaco suanpan chino). Los niños en las sociedades industrializadas occidentales generalmente no están familiarizados con los ábacos, y podrían parecer primitivos comparados con las calculadoras, tan comunes en las aulas de gran parte del mundo. Sin embargo, a diferencia de estas últimas, estos instrumentos presentan algunas ventajas cognitivas, debido a que, como sugieren estudios en la actualidad, los niños que han crecido usándolos desarrollan un «ábaco mental» con el tiempo, es decir, internalizan su estructura, reproduciendo una imagen mental del ábaco para realizar los cálculos mediante la manipulación imaginada de sus cuentas. Según recientes hallazgos interculturales, quienes practican estrategias matemáticas basadas en el ábaco logran mejores resultados que los que no están familiarizados con su uso, al menos en algunas tareas matemáticas. Por ello, el ábaco soroban ha sido adoptado, no por casualidad, en muchas escuelas de toda Asia. La efectividad del ábaco mental sugiere una vez más que los símbolos numéricos no occidentales presentan algunas ventajas claras frente a aquellos a los que la mayoría de nosotros estamos habituados. Pero también enfatiza otra idea clave: las tecnologías numéricas nos proporcionan nuevos modos de manipular mentalmente cantidades, modos que quizás eran impredecibles antes de la invención o la adopción de estos sistemas. El hecho resulta cierto si estas tecnologías son nuevas palabras para contar, nuevos ábacos, o alguna otra representación simbólica de cantidades.[10]

El influyente pero lánguido viaje del cero

Al penetrar en la frondosidad de la jungla de Camboya, una serie de inmensas caras de arenisca camufladas miran fijamente el vasto complejo esculpido del templo de Bayón. El conjunto se encuentra en la antigua capital jemer conocida como Angkor Thom. Las docenas de caras de varios metros de alto localizadas en sus alrededores parecen una mezcla de rostros del *bodhisattva* Avalokiteshvara, de quien se dijo que encarnaba la compasión budista, y de Jayavarman VII (figura 9.1). El bellísimo complejo fue construido por mandato de este rey jemer, una supuesta figura benefactora que gobernó en esa selva hace 900 años. La historia recuerda a Jayavarman VII con amabilidad, en parte porque estableció más de cien hospitales para cuidar a los ciudadanos de su imperio. Justo a varios kilómetros de Angkor Thom se encuentra Angkor Wat, la mayor estructura religiosa del mundo, construida durante el reinado del padre de Jayavarman VII. Como la gran pirámide de Guiza o las de Mesoamérica, los templos del imperio jemer ocupan un lugar especial en nuestro imaginario colectivo. En Angkor, separado en términos de tiempo y espacio de la civilización occidental, los jemeres construyeron algunas de las estructuras más deslumbrantes del planeta. También crearon redes de hospitales y carreteras y establecieron sistemas de riego sin parangón. Lo hicieron con una precisión notable: la simetría y la destreza evidentes en los restos de todo Angkor provocan asombro.

Ante todas las imponentes estructuras del imperio jemer, es habitual que pasen desapercibidas algunas de las tecnologías clave que estaban en el corazón de este fabuloso logro humano. No resulta fácil apreciarlo cuando uno camina alrededor de las fachadas y patios de Bayón, pero estos últimos son vestigios de las tecnologías a las cuales me estoy refiriendo: los números hablados y los numerales escritos. Además, un numeral particularmente notable e innovador que parece haber facilitado la construcción del imperio jemer llegó desde el subcontinente indio unos siglos antes de que las caras de Bayón cobrasen vida. El numeral en cuestión es el «cero». Este símbolo circular para la nada todavía resulta evidente en la cultura camboyana contemporánea, por ejemplo, en su moneda. Aunque es tentador ver un símbolo circular en la Camboya actual y asumir que se derivó del occidental 0, en realidad la influencia se produjo en sentido inverso. De hecho, en 2015, se descubrió en el país asiático la inscripción no ambigua conocida más antigua del mundo de un cero circular. Este cero en cuestión, realmente un punto grande, sirve como un marcador de posición en el antiguo numeral jemer para 605. Se halla inscrito en una tabla de piedra que data del año 683 de nuestra era y que fue encontrada solo a kilómetros de las caras de Bayón y las ruinas de Angkor Wat y Angkor Thom. Como indiqué en el capítulo 2, los mayas también desarrollaron una forma escrita para el cero, y los incas codificaron el concepto en su quipu. De manera similar, también existen algunos rastros del concepto en las inscripciones babilónicas. Aunque el cero que todos conocemos y amamos, el símbolo redondeado para la nada que facilita muchas operaciones matemáticas, no fue utilizado por los griegos, romanos y la mayoría de las civilizaciones antiguas. De hecho, en realidad no fue usado del todo en el Viejo Mundo hasta que, al parecer, fue desarrollado en la India, alrededor del siglo V. Desde ahí, hizo su camino relativamente rápido al este de Camboya y después a China, ayudando a matematizar el imperio jemer —que en esa época estaba muy influenciado por la cultura india, incluido el hinduismo— y otras culturas de manera novedosa.[11]

Fig. 9.1. Una de las caras de Bayón (Camboya). Fotografía tomada por el autor.

El viaje al oeste fue algo más lánguido. El símbolo para cero que usamos como indicador de posición (es decir, como un marcador que nos resulta conveniente para la nada en operaciones matemáticas) no existió en Europa hasta el siglo XIII. Un matemático persa llamado Mohamed al-Juarismi (cuyo nombre dio origen a la palabra «algoritmo») defendió el uso del sistema numérico escrito hindú, incluyendo el cero, en su influyente trabajo escrito en el siglo IX. Varias centurias después, ese trabajo se tradujo a las lenguas europeas. En 1202 el matemático italiano Leonardo de Pisa, más conocido como Fibonacci, escribió su famoso *Liber Abaci* (*Libro del ábaco* o

Libro del cálculo). Este manuscrito también ensalzaba las virtudes del uso del cero —y los numerales hindúes de manera más general—, sugiriendo que facilitaban una variedad de procedimientos matemáticos. A pesar de la reticencia de muchos europeos a aceptar este sistema oriental, finalmente el cero y los numerales de base decimal se abrieron camino en la cultura de Occidente, pasando a ser la práctica simbólica matemática dominante. Es bastante probable que la adopción del cero contribuyese a la mejora subsiguiente de la ciencia y la tecnología europeas. Resulta más que probable argumentar que esta herramienta cognitiva tan sencilla, un numeral escrito inventado, tuvo como resultado consecuencias potentes en las vidas de los jemer, los chinos, los europeos y la mayoría de los seres humanos de la actualidad. Después de todo, facilitar la resolución de problemas matemáticos significa facilitar la arquitectura y la ciencia y, en general, representa un claro beneficio para el desarrollo tecnológico. Aunque los numerales de base decimal que usan el cero adoptados en Europa podrían no ser los más «evolucionados» en un sentido culturalmente neutro, parecían agilizar la solución de ciertos tipos de tareas matemáticas que las culturas europeas emprendieron en la última porción de la Edad Media y durante el Renacimiento. Los europeos, incluyendo los antiguos romanos y griegos, habían desarrollado las matemáticas sin el cero, por lo que es difícil defender que el símbolo sea un componente necesario de las grandes civilizaciones. Pero es también difícil imaginar que las revoluciones industriales o tecnológicas sucediesen cuando lo hicieron sin el uso de este numeral.

Las mejoras del lenguaje numérico, incluidos los avances escritos como el cero, permiten o al menos aceleran los cambios culturales externos al idioma. Fijémonos en cómo el cero mejora las matemáticas occidentales. Sin él, habría costado más representar simbólicamente los números negativos, el plano cartesiano, las gráficas de funciones, los límites en el cálculo diferencial, etcétera. A su vez, estas herramientas simbólicas sirvieron como plataformas para otras estrategias matemáticas. Quizás no se trata de una coincidencia que la revolución de clases matemáticas ocurriera en Europa después de la introducción de la notación del cero. También parece una casualidad poco probable que la adopción del cero y la escritura matemática de base decimal precedan con claridad a las primeras innovaciones tecnológicas del imperio jemer. Las caras de Bayón representan un microcosmos del fenómeno mayor que estamos enfatizando: la cultura —en particular, una material y compleja— se encuentra influenciada de muchas maneras por herramientas numéricas inventadas que son, a su vez, el producto de tradiciones culturales particulares.[12]

LOS NÚMEROS EN EL CORAZÓN DE LA INNOVACIÓN SIMBÓLICA: VOLVER A LA ESCRITURA

La escritura fue desarrollada de forma independiente solo unas pocas veces en la historia de la humanidad, en Mesopotamia, en Mesoamérica, en China y —aunque resulta discutible— en Egipto.[13] En cada una de estas cuatro tradiciones, los primeros ejemplos conocidos de escritura son, sobre todo, numérico-céntricos. Esta idea ya fue expresada en el capítulo 2 con respecto al sistema más antiguo, el de Mesopotamia. Muchas de las primeras tablas de escritura cuneiforme desvelaban registros de datos cuantitativos. La escritura cuneiforme completamente desarrollada parece haber surgido solo después, o al menos al mismo tiempo, que el desarrollo de sistemas de contabilidad numérica.

Resulta un enigma por qué se podría decir lo mismo de la escritura china, cuyas primeras muestras se remontan a la dinastía Shang y tienen más de 3.000 años. Las más antiguas de estas piezas son huesos oraculares que tenían inscripciones de numerales que cuantificaban elementos como prisioneros enemigos, aves y presas cazadas, así como animales sacrificados. Además, en Mesoamérica, un rasgo clave que es compartido entre los primeros textos de la región es la representación de numerales con líneas y puntos (véase la figura 2.4). Las primeras formas escritas en la región son típicamente calendáricas y numéricas en un modo u otro. Por último, en Egipto las formas jeroglíficas más antiguas conocidas con frecuencia expresan información sobre las cantidades de bienes. Parece claro, entonces, que los numerales resultan comunes a todas las primeras formas de escritura, no solo la de Mesopotamia. La escritura antigua alrededor del mundo tiene un enfoque numérico, muy parecido al modo en que los grabados y pinturas cuasisimbólicas del Paleolítico ponían el foco en las cantidades, según vimos en el capítulo 2, cuando analizamos artefactos como el asta de 10.000 años encontrada en Little Salt Spring. Estas formas icónicas no son tan abstractas o no se hacen tan convencionales como la escritura, pero claramente sirven para la función relacionada de representar ideas en dos dimensiones.

De modo que los numerales han estado presentes en los albores de todos los sistemas escritos. Una interpretación razonable de este hecho es que los numerales escritos sirven como precursores necesarios de unos sistemas de escritura más completos. Pero, si es así, ¿por qué juegan un papel tan importante en el nacimiento de la escritura? Permíteme ofrecerte una posible explicación, anticipada en el capítulo 2 en mi discusión de los antiguos sistemas de palitos. Tomemos un numeral romano como el III, que es icónico: cada línea representa directamente un elemento en una disposición uno a uno. Por el contrario, la voz latina *et* (y) representa un concepto sencillo, pero no es icónica, porque los dos símbolos en la palabra no respaldan ninguna relación física real con lo que representan, no se emparejan con sus referentes como ocurre con cada símbolo en III (si por ejemplo digo *Super Bowl III*, cada marca vertical representa un juego). Finalmente los numerales podrían considerarse menos icónicos, puesto que los orígenes icónicos de 7, por ejemplo, ya no resultan evidentes. Los símbolos numéricos escritos puede que sean más fáciles de desarrollar al principio, cuando se los compara con los símbolos para otros conceptos y sonidos, gracias a la noción de la correspondencia uno a uno. Las cantidades únicas pueden representarse con líneas únicas, por ejemplo, y luego las más grandes se pueden escribir mediante la combinación de estas líneas. Más cantidades requieren de más líneas (o puntos, o ángulos, etc.) en un sistema de emparejamiento icónico. La iconicidad inherente de muchos numerales está basada en nuestra habilidad para reconocer las correspondencias uno a uno. Como se ha ido señalando en capítulos anteriores, esta habilidad es innata para cantidades pequeñas y normalmente se adquiere mediante el lenguaje en el caso de cantidades mayores. También he indicado el papel de los dedos en el desarrollo del pensamiento numérico, al mostrar que los dedos sirven para la primera representación lineal de cantidades en la vida de una persona. Las marcas lineales en una piedra, en el papel o en la madera podrían entenderse como representaciones de cuantías más inmediatas, porque están expuestas de manera natural a representaciones lineales de sumas en nuestras manos. Resultado de dichos factores, las cantidades se pueden representar de manera directa e icónica mediante las combinaciones de dos formas bidimensionales y con un grado de facilidad cognitiva que en apariencia no se sostiene en otros conceptos.[14]

De este modo, parece que los símbolos para cantidades se pueden escribir con facilidad por al menos tres razones interrelacionadas. Primero, los seres humanos están predispuestos desde el nacimiento a la abstracción de algunas correspondencias de cantidades. Reconocemos de manera natural que los elementos pueden emparejarse unos con otros en patrones de correspondencia sencillos, aunque abstractos. Segundo, resulta relativamente sencillo representar esta correspondencia abstracta con símbolos no verbales. Después de todo, los símbolos para cantidades no necesitan un dibujo o una talla compleja. Por el contrario, las primeras representaciones de otros conceptos estaban escritas usando pictogramas en todas las tradiciones, de modo que la mayoría de los símbolos requerían una complejidad mayor que los numerales. Por ejemplo, «mamut» o «caza» eran más difíciles de simbolizar que I, II o III. Tercero, nuestros dedos sirven como símbolos lineales naturales que se usaron en primer lugar para la correspondencia de cantidades. La utilización de los dedos como iconos numéricos probablemente facilita el uso subsiguiente de otros símbolos lineales para los números. Con el tiempo, estos otros símbolos icónicos pueden hacerse convencionales y más abstractos, de modo que los numerales de verdad se derivan de manera gradual de las marcas en los sistemas de recuento.

En resumen, la facilidad inherente de las cantidades representadas con líneas y otras marcas podrían servir como fundamentos naturales para la plasmación bidimensional de cuantías más completas y abstractas. Este último tipo de representación podría acelerar la percepción de que otros conceptos pueden también representarse de forma abstracta en dos dimensiones. Al menos es importante darse cuenta de que, en esos pocos lugares del mundo donde se inventó una escritura completamente desarrollada (aunque fuera de forma gradual), los numerales escritos estaban presentes en el origen del sistema de escritura en cuestión. Al igual que los números fueron esenciales para el desarrollo y extensión de la agricultura, parecen haberlo sido para la invención y la extensión de la escritura.[15]

Por último, resulta probable que el importante papel de lo números en el origen de la escritura se deba a otro sencillo hecho: los numerales son increíblemente prácticos. Cumplen propiedades esenciales en algunos tipos de interacciones humanas, como por ejemplo las transacciones económicas. Muchos de los primeros registros escritos son el trabajo de contables preocupados por el comercio entre dos o más partes. Dichos contables facilitaban el mantenimiento de redes de comercio y el cuidadoso almacenamiento de bienes. En relación con lo anterior, los numerales posibilitaron el establecimiento de calendarios, que a su vez permitían las predicciones minuciosas de las estaciones y las cosechas. Los numerales son esenciales para muchas de estas actividades de las sociedades muy pobladas (cuyos orígenes pueden remontarse, a su vez, a las prácticas agrícolas facilitadas por los números).

Por estas razones, resulta bastante probable que los números constituyeran la base para el nacimiento de la escritura en el mundo. Mayoritariamente, se reconoce que la revolución científica, la industrialización y la medicina moderna dependieron de prácticas matemáticas específicas; pero milenios antes de la existencia de estas, los números verbales y los numerales inscritos ayudaron a promulgar cambios profundos en cómo los seres humanos subsistieron y en cómo usaron los símbolos para representar las ideas.

CONCLUSIÓN

En las pirámides de los antiguos egipcios, las ciudades de piedra de Angkor y las ruinas en la antigua Mesopotamia y Mesoamérica aparece un elemento común. Los agricultores que crearon estos vastos monumentos dependieron mucho de los números y, de manera más específica, de los numerales. Las primeras formas de sus sistemas de escritura se basaban de manera sorprendente en la representación de los números. Después, los numerales posibilitaron nuevas formas de ingeniería y arquitectura que cambiaron los entornos en los cuales se desarrollaban las culturas. Los numerales como el cero facilitaron la manipulación de cantidades. Los nuevos tipos de prácticas culturales desarrolladas entonces colocaron presiones recién descubiertas sobre los sistemas numéricos. Antes de todo esto, los números verbales complejos resultaron en apariencia cruciales en el origen de ciertos tipos de agricultura, como evidencia, por ejemplo, el hecho de que la mayoría de las poblaciones de cazadores-recolectores contemporáneos empleen sistemas numéricos con límites bajos y funciones restringidas. En resumen, los números hablados y los numerales escritos fueron esenciales en las transformaciones radicales en una variedad de civilizaciones de hace milenios. En la actualidad, en muchas culturas en vías de extinción se están produciendo cambios similares.

10

Las herramientas transformadoras

La Montaña de la Mesa, que una vez pude ver por mi espejo retrovisor, hace ya tiempo que ha desaparecido. Bordeando los puntos más al sur de la masa continental africana a través de valles serpenteantes, las señales de la carretera y los anuncios de radio son un *collage* de afrikáans e inglés a medida que me acerco a mi destino, un tranquilo poblado llamado Stilbaai que abraza una extensión de aguas azules justo al este de la división entre los océanos Atlántico e Índico. No sabemos dónde se originaron los números por primera vez, pero es posible que me esté aproximando al lugar. Su historia podría haber empezado aquí, junto a un tramo escarpado visible desde Stilbaai, una línea de costa que está siendo cada vez más reconocida como un asentamiento clave en la historia humana.

Durante las dos últimas décadas, los arqueólogos de varias especialidades han estado examinando los suelos —y los antiguos suelos, ahora bajo tierra— de algunas grutas cerca de la costa: la cueva de Blombos, justo al oeste de Stilbaai, y las de Pinnacle Point, a unas docenas de kilómetros al este. La investigación basada en estas localizaciones ha producido resultados muy atractivos y, junto con otros estudios sobre los primeros *Homo sapiens*, está arrojando nueva luz sobre cómo nuestros antepasados sobrevivieron e incluso se distinguieron en los milenios precedentes al éxodo africano del *sapiens*. Lo que se ha encontrado en estas cuevas no es el tipo de hallazgo que uno típicamente asocia con la paleoarqueología africana. No hay huesos australopitecinos, ni restos de esqueletos de cualquier otro antepasado potencial del *Homo sapiens* (estos se han descubierto en otras partes de Sudáfrica y en otros lugares lejanos del continente, como la Garganta de Olduvai y el Gran Valle del Rift). En

Blombos y Pinnacle Point no se han hallado muestras importantes de homínidos, solo unos pocos dientes humanos y fragmentos de huesos. Aunque los hallazgos probablemente nos dicen más de lo que cualquier esqueleto podría indicar sobre las vidas de nuestros antepasados más inmediatos, miembros de nuestra propia especie que se parecían y se comportaban de manera bastante similar a nosotros. A juzgar por los descubrimientos de estas cuevas, muchos de lo que ahora consideramos rasgos humanos modernos podrían haberse originado en esta costa, incluido algún comportamiento acorde con el uso de tecnologías numéricas.

Hace alrededor de entre 190.000 y 135.000 años, el clima global se alteró. Como otros cambios climáticos más antiguos, este parece haber marcado drásticamente el escenario humano. Variaciones climáticas anteriores, como la que ocurrió hace alrededor de 1,9 millones de años, podrían haber resultado esenciales para el origen de nuestra especie al forzar a especies ancestrales a, por ejemplo, vivir en sabanas en lugar de bosques. El cambio en cuestión más reciente impactó en el propio *Homo sapiens* y dio como resultado una reducción pronunciada en las regiones habitables de África. El continente se hizo más árido y nuestras fuentes de comida, más escasas. Además, hace alrededor de 75.000 años, una gran erupción del volcán Toba en Sumatra produjo una enorme nube de cenizas y un invierno volcánico que podría haber reducido la población de seres humanos de manera significativa. La evidencia paleoarqueológica sugiere que estos se refugiaron en las regiones de costa durante aquellos tiempos difíciles, sobre todo en la costa más al sur de África. Según muestran hallazgos recientes, la motivación más probable para esta elección de refugio fue que, en comparación con otras, esa zona disponía de mayor abundancia en fuentes de alimento. De manera más específica, la punta más al sur de África ofrecía sin problemas productos marinos comestibles, como caracoles y geófitos (plantas carnosas como bulbos y tubérculos que sobreviven bajo tierra). Aunque los alimentos eran relativamente escasos en muchas regiones en aquella época, aquí la tierra era rica tanto en carbohidratos como en proteínas. Las reconstrucciones climáticas y ecológicas de la era en cuestión son bastante inequívocas con respecto a este punto: esa línea de costa era un buen lugar para que la gente viviese durante una época en la que aparentemente había pocos lugares habitables en África.[1]

A juzgar por los hallazgos de Pinnacle Point, la gente no solo sobrevivió allí, sino que prosperaron en esa región durante aquel período. En cierto modo, la humanidad fue testigo de una florescencia tecnológica mientras la gente vivía en esa zona costera hace alrededor de 170.000 años. Los arqueólogos han demostrado ahora que, a lo largo de las decenas de miles de años que se habitaron las cuevas de Pinnacle Point, los humanos mejoraron sus tecnologías, como por ejemplo las herramientas de piedra. En estas grutas hay evidencias de herramientas que fueron hechas con piedras calentadas en el fuego y luego descascarilladas, en un proceso de fabricación complejo. A diferencia del estancamiento de la tecnología para las herramientas de piedra de épocas precedentes, los hallazgos de Pinnacle Point sugieren una proporción de innovación radical en comparación en el uso de nuevos tipo de instrumentos líticos. Además, en este yacimiento hay otros rastros de avances tecnológicos, como un pigmento rojo que es posible que se usase como pintura corporal, del mismo modo que ocurre en algunas culturas en la actualidad. Este tipo de residuo material demuestra que la tecnología estaba avanzando durante este período, pero también que la gente estaba pensando en maneras simbólicas y trasladando tecnologías materiales a través de generaciones. Dicho hallazgo sugiere, por lo tanto, que los antiguos residentes de esta región poseían un lenguaje.[2]

Liderados por el arqueólogo Christopher Henshilwood, de la Universidad de Bergen, en Noruega, una serie de investigadores han demostrado que los seres humanos usaron la cueva de Blombos durante milenios, probablemente por un período de alrededor de 30.000 años. En general, el detrito en esa cueva es más reciente y ofrece evidencias todavía más evocadoras para el progreso del conocimiento humano. Estas pruebas incluyen herramientas de piedra mejoradas y utensilios de hueso con aspecto de agujas. Quizás más revelador sea que también se usaron conchas de orejas de mar como cuencos, así como piedras de afilar y otros elementos para el tratamiento del ocre y la extracción del pigmento de minerales con hierro. De hecho, la cueva de Blombos parece haber servido como un taller para la fabricación y procesamiento de varios tipos de artefactos, entre los que se incluyen piezas grabadas de hueso y ocre que se remontan a hace entre 100.000 y 70.000 años. En el hallazgo más famoso de la cueva, una pieza de ocre de solo 6 centímetros de largo, los arqueólogos observaron una serie de marcas regulares que claramente fueron grabadas de manera intencionada por un artista humano. No está claro cuál era el propósito de estas muescas, pero podrían haber tenido una función simbólica o casi simbólica. Este es quizás el artefacto humano más antiguo que tiene naturaleza simbólica. Una posibilidad, dado que las evidencias para los numerales prehistóricos a través de los asentamientos paleolíticos del mundo son extensas, es que las marcas sirviesen para algún tipo de función cuantitativa. ¿Podría ser que los artesanos que grabaron el ocre estuviesen registrando alguna cantidad, como las marcas en el hueso de Ishango decenas de milenios después? (véase el capítulo 2). Por desgracia, la verdadera función de la pieza quizás se encuentre perdida en el confuso registro arqueológico.[3]

Otro hallazgo en la cueva de Blombos también da a entender que la gente que la usaba de taller podría haber desarrollado maneras para registrar cantidades: podría haber inventado, o al menos heredado, los números. Entre los hallazgos notables del lugar hay muchas conchas marinas perforadas (llamadas conchas preciosas de la especie *Nassarius krausianus*), encontradas en conjuntos pequeños de cinco y doce. Tienen casi todas un centímetro de largo y parece que se usaban como adornos personales. Las perforaciones hechas por los seres humanos se encuentran claramente alineadas y permiten unirlas unas con otras para hacer collares o algún otro tipo de adorno, como sucede en muchas culturas hoy día. Es revelador que algunas de las conchas no fuesen originarias del área inmediata en la cual la cueva está localizada, incluso hace todos esos milenios. En la actualidad estas conchas en particular solo se encuentran en estuarios a 20 kilómetros de Blombos.[4] De modo que la gente que vivía en esta región parece haber valorado con intensidad estas conchas lustrosas, hasta el punto de que recorrer una larga distancia a pie para encontrarlas o incluso comerciar con otros para obtenerlas. Entonces, de lo que tenemos evidencia en Blombos es del uso antiguo de artefactos pequeños relativamente homogéneos de gran valor.

Es posible que la gente que vivía cerca de la cueva se enfrentase a fuertes presiones para crear modos de registro de cantidades simbólicas, que se les insistiese para inventar números, quizás para llevar un mejor seguimiento de estas valiosas conchas, para hacer un intercambio de cantidades de otros productos por ellas o para ambas cosas. Algunos investigadores han ido más lejos al sugerir que estas conchas-cuentas servían como una representación simbólica de cantidades (es decir, que ellas mismas era números). Sin embargo, aunque los hallazgos discutidos en este libro con suerte lo hayan aclarado, es más probable que los dedos, en lugar de las cuentas, sirviesen de primera representación de cantidades precisas, como los primeros números. La destacada psicóloga Susan Carey (cuyo influyente trabajo sobre el desarrollo cognitivo numérico se discute en el capítulo 6) indica al discutir la importancia de estos artefactos: «las cuentas podrían remontarse 100.000 años, pero los dedos se remontan a millones».[5] Los dedos normalmente sirven de entrada para reconocer las cantidades precisas y a menudo se usan como números que luego se ejemplifican de verbalmente. Aunque parece probable que elementos pequeños, similares y discretos de gran valor llevaron en algún punto a los humanos a querer cuantificar cosas de manera no aproximada, incluso en ese caso necesitaron sus dedos para hacerlo. Quizás las presiones para cuantificar estas cuentas lustrosas en la cueva de Blombos crearon una nueva necesidad para los números, un deseo recién descubierto para diferenciar cuantías de manera consistente y exacta.

A pesar de que no podemos establecer de forma definitiva el primer lugar donde se usaron los números, la imagen que se está dibujando aquí resulta razonable. Las gentes que habitaban esta región de la costa poseían cultura material, lengua y quizás incluso prácticas simbólicas bidimensionales. También tenían productos minúsculos valiosos que probablemente querían contar, dada la distancia que recorrían para conseguirlos. A la luz de estos hechos, no es inverosímil que tuviesen números. Pero, asumiendo por el momento que ese fuera el caso, ¿los números se inventaron aquí o se importaron? Dado el ritmo al cual la tecnología empezó a evolucionar a lo largo de esta costa, a juzgar por los hallazgos de Pinnacle Point y Blombos, el primer escenario es, al menos, posible. Quizás los humanos mejoraron sus habilidades lingüísticas y numéricas allí, en ese tramo de costa y en otras partes del sur de África. Dicho avance, a su vez, podría haber jugado un papel crucial en la habilidad humana para adaptarse a diferentes entornos. Con seguridad el uso de la lengua, inequívocamente evidente en los artefactos sepultados en Blombos y Pinnacle Point, nos permitió con posterioridad conquistar África y abandonar el continente en masa.

Al llegar a la costa que al parecer jugó un papel importante en la historia de la humanidad, me encontré con que está salpicada por infinidad de peñascos (figura 10.1) que no han estado allí siempre, ya que la propia orilla ha cambiado de algún modo con las idas y venidas de las glaciaciones (aunque estaba más o menos igual de cerca de la cueva de Blombos hace 100.000 años de lo que está ahora). Muchos de los peñascos tienen una forma casi cúbica, como si los hubiesen creado los humanos. Pero, si fuese así, habrían sido planeados por algunos arquitectos ebrios y colocados ligeramente torcidos unos respecto a otros. Saltando sobre ellos, uno se acuerda de los habitantes locales que escalaron estas mismas piedras hace todas estas docenas de milenios. Aquí, en esta costa, la gente se salvó a sí misma a través de un nuevo gusto por el marisco. Y más allá, las decisiones que hicieron en estas rocas, en las cuevas cercanas y en cualquier otro lugar de la región podrían haber salvado a nuestra especie de desaparecer. Con seguridad estas decisiones parecen haber facilitado nuestra continua supervivencia durante épocas difíciles así como nuestra posterior expansión fuera de África.

Esparcidas alrededor de los peñascos, se hallan evidencias circunstanciales de las presiones a las que nuestros antepasados tuvieron que enfrentarse para desarrollar los números. Es cierto que son pruebas débiles, pero constituyen un indicio indirecto extendido sobre las rocas, periódicamente tragadas por el oleaje implacable: son conchas estriadas, lilas y blancas, dispersadas con cierta regularidad. Ahora sabemos que estas conchas y los gasterópodos que las habitan, aún tan accesibles como lo eran hace milenios, resultaron vitales para la supervivencia de los humanos durante estos tiempos difíciles. También fueron un hilo esencial en la estructura de la cultura material local. Quizás el valor inherente de estos elementos contables dio ánimos a alguien para enumerar las conchas. Quizás esta persona se dio cuenta de que las valvas podían alinearse al igual que los dedos de su manos estaban simétricamente alineados, o se dio cuenta enseguida de que cinco conchas podían corresponderse en un modo uno a uno con los dedos de una mano. Quizás ese reconocimiento se trajo a la vida de manera oral a medida que esta persona empezó a hablar de una «mano» de conchas. Quizás el reconocimiento fue hecho con mayor facilidad a partir de ahí, por ella misma y por otros miembros de esa población, que pasó a tener gran experiencia en el concepto de una «mano» de conchas o de otros elementos. Por supuesto, no lo sabemos, pero en este punto constituye un escenario más probable que cualquier otro para haber sido el lugar donde las personas empezaron a usar por primera vez los números.

Fig. 10.1. La costa cerca de la cueva de Blombos, en Sudáfrica. Fotografía del autor.

Lo que sabemos es que alguien, en algún lugar, en un momento en concreto de la historia, fue la primera persona en reconocer de manera abstracta el concepto exacto de cinco. Aunque, sin duda, esta percatación, crucial para la invención de los sistemas numéricos, sucedió muchas otras veces de manera independiente y en varios linajes culturales, y probablemente se perdió en el tiempo en algunos casos. Pero en otros, la voluble apreciación fue cosificada de manera simbólica, hecha real con una palabra. Esta palabra luego se transfería a otras mentes que se basaban en el concepto de nuevas maneras. Aunque los primeros inventores de los términos para números como «cinco» no valoraban este hecho, sus herramientas cognitivas recién creadas cambiarían un día el curso de las culturas humanas.

Números y deidades

Nuestra obsesión con el número de días y años, la cual es evidente en sociedades más grandes desde los antiguos mayas a los americanos modernos, procede en parte de prácticas agrícolas que a su vez deben su existencia a la creación de sistemas numéricos. Un cambio en la subsistencia agrícola fue también el predecesor de otros tipos de variaciones profundas en la experiencia humana, no solo sobre cómo calculamos nuestra edad, sino cómo vemos nuestro lugar en el universo. Aquí no me estoy refiriendo al hecho de que los números y la agricultura produjeron una dependencia mayor en el seguimiento de las estrellas, las estaciones, etcétera, y por tanto, al final, llevaron al conocimiento astronómico y una valoración no centrada en el ser humano del universo en el cual vivimos. Aunque esto último sin duda es cierto, me estoy refiriendo al nuevo tipo de iniciativas religiosas que siguieron a la elaboración de los sistemas numéricos.

Atribuir un significado espiritual a los números podría parecer una exageración. Sin lugar a dudas, todas las poblaciones tiene alguna forma de creencia religiosa y espiritualidad, sin importar los tipos de sistemas numéricos que empleen. Pero la idea aquí se encuentra algo más matizada y respaldada por el registro arqueológico y antropológico: a pesar de que la creación de mitos, prácticas animistas y otras formas de espiritualismo son universales o casi universales, las religiones jerárquicas a gran escala están restringidas a relativamente pocos linajes culturales. Además, estas religiones —incluyendo las monoteístas, como el islam, el cristianismo y el judaísmo, pero también otras importantes, como el hinduismo, el sintoísmo y el budismo— se desarrollaron mucho después que la agricultura. Es más, surgieron solo después de que la gente empezase a vivir en grupos y asentamientos más grandes debido a los estilos de vida agrícolas. Durante la mayor parte de nuestros más de 100.000 años de existencia, nuestras especies vivieron en clanes o tribus pequeñas en lugares como Blombos. En los pasados 10.000 años, más o menos, y en concreto en los últimos milenios, nos hemos congregado en cacicazgos e imperios, a menudo con áreas urbanas importantes en su núcleo. Una falange de académicos ha sugerido hace poco que el desarrollo de religiones jerárquicas importantes, así como el de gobiernos jerárquicos, fue el resultado de la aglomeración de gente en dichos lugares. Asumiendo por el momento que esta hipótesis es correcta, esto sugiere que la innovación de los sistemas de números complejos, al facilitar la agricultura, finalmente dieron como resultado nuevas perspectivas sobre el papel de los humanos en el mundo, nuevas visiones sobre los orígenes de la Tierra y los que la habitan. Podríamos incluso llegar a decir que el desarrollo de los sistemas numéricos resultó esencial para la creación de Dios (o de los dioses). O quizás, para algunos, esta evolución llevó a la convicción precisa de que este existe.

Esta conjetura está basada en la afirmación de que poblaciones más grandes sí provocaron nuevas tradiciones religiosas, típicamente teístas. Entonces, ¿por qué podrían haber llevado las poblaciones más grandes al teísmo? A grandes rasgos, la hipótesis en cuestión sería algo así: las creencias religiosas organizadas, con deidades que imponen moral y categorías de sacerdotes, fueron un subproducto de la necesidad de grupos grandes de gente para cooperar a través del altruismo y la moral compartida. A medida que las sociedades crecían, después de la proliferación de los centros agrícolas y de la urbanización asociada, los individuos se vieron forzados a depender de la confianza compartida con muchos más individuos, incluyendo los no parientes, más de lo que necesitaban en el caso de conjuntos más pequeños, como clanes o tribus. Esta confianza compartida en las culturas resultaba esencial si estos grupos de individuos iban a competir con otros de tamaños similares. Por el contrario, los clanes y las tribus eran (y son) pequeños, y la mayoría de los individuos en una banda de cazadores-recolectores tiene alguna relación basada en el parentesco con todos o la mayoría de los otros miembros de su cultura, de modo que las motivaciones naturales para la confianza y la cooperación entre ellos son más claras en el caso de las poblaciones pequeñas. Ya que la selección natural implica la protección de los genes propios, es más fácil dar sentido al sacrificio y altruismo de grupo en clanes y tribus. Pero ¿por qué los seres humanos en poblaciones mucho más grandes, es decir, aquellos que no tienen relaciones genéticas discernibles con la mayoría de individuos con los que están en contacto en el día a día, cooperan con estos otros individuos en su propia cultura? ¿Por qué se preocuparían por el bienestar de completos extraños a través de actos cooperativos continuos? Según la hipótesis en cuestión, defendida por investigadores entre los que se incluyen los psicólogos Ara Norenzayan y Azim Shariff, algunos mecanismos sociales tuvieron que evolucionar para que culturas más grandes no se desintegrasen debido a la competición entre los individuos y de modo que muchas personas no se aprovechasen del trabajo de otros. Un mecanismo social que promueve comportamiento prosocial y cooperativo es una religión organizada, basada en deidades morales y omniscientes capaces de hacer un seguimiento de las violaciones de dichas morales. El desarrollo gradual de estas religiones centradas en la deidad podría haber servido, de manera natural, para mantener el orden y los comportamientos cooperativos que benefician el éxito y la supervivencia cultural a través del hecho de preocuparse por otros en favor de la sociedad. Dicho de otra forma, las poblaciones grandes de seres humanos sin religiones moralistas centradas en una deidad habrían tenido menos probabilidades de sobrevivir cuando se enfrentasen con otros grupos grandes que, aunque no eran demasiado cooperativos con los forasteros (y quizás poseyesen un cierto grado de sed de sangre en relación a ellos), eran internamente más cooperativos debido a la religión teísta que los forzaba a la cooperación con personas que no eran parientes dentro de su propia población.

Parte del respaldo de esta postura viene de un estudio reciente de muchas culturas del mundo, en concreto, 186 sociedades contemporáneas. Según esa investigación, hay una fuerte correlación entre el tamaño de la población de una cultura dada y la probabilidad de que esta mantenga una religión centrada alrededor de una deidad (o deidades) que está preocupada por la moralidad de los individuos. Este trabajo correlacional no es concluyente, por supuesto, pero sí da a entender que esta explicación está en la ruta correcta. Lo que está claro es que el crecimiento de religiones jerárquicas grandes basadas en Dios(es) constituye una tendencia bastante reciente. Además, es una corriente que siguió a la revolución agrícola influenciada por los números y que permitía el crecimiento de poblaciones humanas en las regiones donde estas doctrinas se desarrollaban. Estas «nuevas» religiones a su vez han transformado las visiones de muchos seres humanos en lo que respecta a su lugar en el universo, alterando sus puntos de vista e infundiéndoles una razón de ser distinta. Debido a este cambio de rumbo, mucha gente se ha llegado a ver a sí misma como las creaciones especiales de Dios (o de los dioses). Al menos indirectamente, el desarrollo de sistemas numéricos complejos jugó un papel en la transformación de la comprensión que los seres humanos hacen de sus propias almas.[6]

NÚMEROS IMPORTANTES SOCIALMENTE

Cuando Moisés descendió del monte Sinaí con sus tablas de piedra llevaba inscritos en ellas diez imperativos morales divinos. Los diez mandamientos. Incluso aunque no seas seguidor de una de las tradiciones religiosas que acepta estos preceptos, sí que eres conocedor de su existencia. Aunque quizás no seas capaz de recitar los diez, sabes que hay diez. ¿Por qué este número? Seguramente hay más de diez imperativos religiosos que podrían haber sido entregados a la humanidad, más concretamente a un grupo de nómadas de Oriente Medio, hace más de dos milenios. Un undécimo mandamiento que podría ser adoptado sin controversia por mucha gente es «No torturarás». Uno sospecha que si Moisés hubiese bajado con este precepto inscrito no habría causado ningún alboroto. Del mismo modo, hoy la mayoría de la gente estaría de acuerdo con el espíritu de este mandamiento perdido. Pero entonces la lista parecería perder parte de su peso retórico. «Once mandamientos» casi insinúa una deidad satírica. Si Moisés hubiese bajado con once normas, es posible que sus oyentes no hubieran rechazado el undécimo mandamiento *per se*, pero a algunos de ellos la existencia de precisamente once podría haberles parecido raro. Los niños que aprenden los once mandamientos en contextos religiosos podrían confundirse más que con un número más sagrado, el diez. Este es el más redondo de los números y tiene sentido que muchas de las reglas que gobiernan nuestras vidas vengan en un paquete de diez. Resulta interesante que el número diez sea también de trascendencia espiritual a lo largo de una variedad de tradiciones religiosas diferentes: hay diez reencarnaciones de Visnú, diez gurús humanos en el sijismo, diez atributos en la cábala, etcétera. Esta influencia recurrente no es, por lo que parece, una coincidencia. No debería sorprendernos encontrar que, por lo general, al diez se le asigne una transcendencia social y espiritual especial, dada su extendida influencia en los sistemas numéricos. La motivación final para esta relevancia se muestra por ahora clara: no es tanto que los conceptos divinos vengan en paquetes de diez, sino que lo hagan nuestros dedos (para algunos, por supuesto, este paquete de dedos en sí mismo podría ser divino).[7]

Otros números significativos en los textos religiosos son también a menudo bonitos y redondos, claramente divisibles entre diez. Por ejemplo, «cuarenta» juega un importante papel en la tradición judeocristiana. El diluvio universal de Noé duró cuarenta días, Jesús vagó por el desierto durante cuarenta días, Moisés pasó cuarenta días en el monte Sinaí, Elías ayunó durante cuarenta días, Jesús ascendió cuarenta días después de su crucifixión, etcétera.[8]

Junto con la extendida inclinación por los dedos evidente en los números importantes y sagrados de algunas tradiciones religiosas, un fenómeno que está interrelacionado y aparece aquí es la infiltración de los números en la espiritualidad. Este hecho resulta cierto en las principales religiones del mundo con los números sagrados y en otras tradiciones espirituales comunes, además de las mencionadas hasta ahora. Ciertas costumbres chinas consideran una variedad de números como propicios o adversos. Mientras tanto, los defensores de la astrología mantienen que unos números concretos reflejan características de personalidad o espirituales, o ambas.

Se hace evidente una circularidad en este tipo de convenciones. Como indiqué más arriba, las vidas agrícolas y sedentarias produjeron poblaciones humanas más grandes, las cuales a su vez están implicadas en el origen de muchos sistemas de creencias teístas y moralizadores. Dado que los sistemas numéricos ayudaron a producir los métodos para la agricultura, son al menos parcialmente responsables de las prácticas religiosas y espirituales que, a su vez, han asignado a números concretos una importancia religiosa y espiritual. Este patrón de retroalimentación cultural es característico de la historia general de coevolución sugerida en varios puntos de este libro: los números y el hecho de contar impactaron de manera fundamental en la experiencia humana y después influyeron en cómo, y hasta qué punto, la gente depende de los números. Esto incluyó presiones para espiritualizar los números.

Algunos podrían considerar que atribuir importancia espiritual y social a números concretos es un vestigio singular de épocas precientíficas. Aunque resulta discutible ahora más que nunca, a los números se les atribuye importancia cuando pasan a estar asociados —no de forma deliberada en algunos casos— con descubrimientos de la ciencia. Después de todo, las matemáticas han jugado un papel considerable en dar forma al drástico progreso científico de los últimos siglos. La mayoría de la gente reconoce que la ciencia moderna está basada en resultados que suelen cuantificarse. El método científico, vinculado a las matemáticas de varios tipos, se percibe, de manera comprensible, como el punto de inicio de una ruta hacia una verdad mayor. En ese sentido, los defensores de la ciencia agnósticos o ateos podrían también infundir a los números algún tipo de importancia espiritual, tratándolos como realidades externas al cuerpo y la mente que nos guían hacia el descubrimiento de nuevas verdades. Sin embargo, mientras que la representación numérica de cantidades podría existir fuera de nuestro cerebro, las representaciones simbólicas de estas cantidades son nuestras propias innovaciones, que en realidad no se pueden separar de nuestras mentes. Y las prácticas científicas dependen de un tipo de espiritualización de estas innovaciones anatómicamente contingentes. En muchas sociedades modernas, los números constituyen elementos epistemológicos cruciales, pues ayudan a determinar si una creencia está justificada. Y la descripción numérica de las nuevas creencias les inyecta tipos de significado especiales. Por ejemplo, si los cosmólogos nos informasen de que el universo es muy viejo, eso podría significar algo. Pero si nos dicen que tiene más de 13.000 millones de años, el dato podría decirnos mucho más, sin importar si de verdad podemos conceptualizar ese tipo de escala de tiempo. Cuando se describen con números, las observaciones parecen más aceptables como hechos.

Pero a los números no solo se les atribuye valor social en este sentido epistemológico general. Algunos números específicos blanden significado social y en cierto modo espiritual en contextos no religiosos, importancia que es más arbitraria de lo que muchos observadores perciben. Esto quizás resulta más evidente en el uso de los llamados valores significativos, que son fascinantes porque ilustran que, en contextos que se suponen asociales y no espirituales, ciertos números tienen valores socialmente aprobados que les dan, a menudo sin reflexión, un lugar especial en nuestra mente. Y ese sitio destacado se debe, una vez más, a la influencia de los números de nuestra anatomía.

Lo que quiero decir es que si tú eliges cualquier revista científica, probablemente encontrarás que muchos o la mayoría de los artículos tienen lo que se llaman valores *p* (*p*-valor) dispersos por todas partes. Los investigadores pronto se familiarizaron con estos en su trabajo (disculpa aquí este comentario superfluo si es que eres investigador de algún tipo). Estos valores se derivan de varios tipos de análisis estadístico basados en los resultados de experimentos u otras formas de recopilaciones de datos. Los *p*-valores reflejan las probabilidades de que un resultado concreto sea debido a la hipótesis nula, en lugar de a la hipótesis que se está intentado probar. De modo que, por ejemplo, un estudio podría examinar la correlación entre los índices de fumadores y el predominio de cáncer de pulmón en una población dada. Después de probar la solidez de esta relación, los investigadores podrían concluir que, por ejemplo, *p* es menor que 0,004. Esto implicaría que la hipótesis nula (en este caso que fumar y el cáncer de pulmón no tienen ninguna relación) es muy improbable. Es decir, en este ejemplo inventado, la probabilidad de que se dé la hipótesis nula es menor que 4 entre 1.000. Los *p*-valores bajos sugieren que los resultados obtenidos en un estudio dado no se deben al azar, y ofrecen respaldo a la hipótesis testada. Desde que el estadístico Ronald Fisher los introdujo en las décadas posteriores a la de 1920, los *p*-valores han permanecido de manera omnipresente en la ciencia. Algunos seguidores de publicaciones académicas inicialmente leen por encima los artículos buscando los *p*-valores e intentando obtener una idea rápida de la solidez de los resultados que se discuten, pues quieren saber de forma inmediata si los hallazgos son «significativos». Los investigadores a menudo desean *p*-valores significativos bajos cuando están llevando a cabo sus análisis, ya que estos suelen incrementar las probabilidades de publicación de sus trabajos, de financiación futura, etcétera. Dejando a un lado que los *p*-valores pueden haberse usado de manera excesiva o incorrecta desde los estudios de Fisher sobre el tema, así como los desacuerdos que los estadísticos tienen sobre su utilidad, lo que no es discutible es que siguen teniendo mucha importancia en la comunidad científica contemporánea: proporcionan los resultados de la relevancia de muchos estudios o, al menos, permiten a la gente restarles importancia a estos más fácilmente.[9]

Pero, en cierto modo, esa relevancia resulta quimérica o, cuanto menos, no tan profunda como algunos lectores de trabajos científicos podrían creer que es. Para hacerse una idea de por qué, fijémonos en qué cuenta como «significativo» cuando se consideran los *p*-valores. Si *p* es menor que 0,01, los resultados de un estudio se suelen considerar muy significativos. En algún momento durante las últimas décadas, los menores de 0,05 pasaron a considerarse estadísticamente significativos también en algunos campos, aunque menos que los valores bajo 0,01. Un *p*-valor menor que 0,05 implica que hay menos de 5 entre 100 posibilidades de que la hipótesis nula de un estudio sea cierta. ¿Pero por qué 5 de 100? ¿O 1 de 100? ¿Estableció el universo de manera imparcial estas proporciones como una ruta al conocimiento de la verdad? Por supuesto que no. En su lugar, lo que vemos en estos *p*-valores es un patrón familiar en este momento. Cinco de diez, y múltiplos de estos números, son especiales para nosotros. Somos propensos a atribuir importancia social a estos números no porque estén objetivamente más cerca de la verdad científica, sino porque están más cerca de nuestras manos. Incluso si no pensásemos sobre las bases manuales de este sesgo quinario y decimal, siempre está ahí en un sentido histórico. Lo cierto es que gran parte de la ciencia —o más en concreto, el modo en que muchos interpretan los estudios científicos— está basado de forma no deliberada en la mano. Los *p*-valores podrían ser aprobados socialmente en otras proporciones. Podría ser *p* menor que 0,03 para considerarse significativo. O quizás 0,007. O incluso 0,023. Estas son cifras bajas y arbitrarias, pero tan justificadas como 0,05 o 0,01 desde una perspectiva imparcial sin sesgo determinado por los dedos.

En realidad, todo lo que podemos establecer es que cuando los *p*-valores a los que se llega en un estudio determinado son bajos las probabilidades de que la hipótesis nula sea cierta no son buenas. Pero esto nos da menos seguridad. Queremos que los números nos digan, simplemente, cuál es la relevancia de un estudio. Esto no quiere decir que las pruebas estadísticas no sean clarificadoras, sino que el modo en que las interpretamos no suele ser tan sutil como debería. En su lugar, cómo interpretamos los estudios científicos resulta a menudo un todo o nada de «relevancia o no relevancia», y esta elección dicotómica sí que tiene beneficios al simplificar la lectura de los datos. Pero, en esencia, el modo en que nos decantamos por una de las dos opciones es, sobre todo, consecuencia de las características de las manos con las que hacemos la ciencia. Los *p*-valores son el último ejemplo de cómo, a menudo sin darnos cuenta, usamos nuestros dedos para señalar una verdad mayor, no demasiado diferente a los diez mandamientos.

Conclusión

Posiblemente desde la residencia al lado del mar de nuestros antepasados cerca de la actual Stilbaai, los números han estado remodelando la experiencia humana. Lo siguen haciendo, desde los templos e iglesias a las universidades y laboratorios. Todavía alteran las vidas de grandes poblaciones agrícolas, así como las de pequeños grupos de cazadores-recolectores y horticultores que se han visto forzados a integrarse en una existencia cada vez más globalizada.

Las representaciones verbales y no verbales de cantidades precisas han cambiado casi todas las facetas concebibles de nuestras vidas. Cuando lees estas palabras, muchas cosas de tu mundo —desde tus pensamientos interiores a tu entorno exterior— se ven afectadas de manera directa o indirecta por estas representaciones, por los números. Las líneas y letras definidas en esta página no serían posibles sin los números pues, después de todo, estos permiten medir y los numerales son los precursores de la escritura. Probablemente sería menos oneroso detallar los modos en que nuestra vida no ha sido cambiada por la innovación de los sistemas numéricos que exponer los momentos en que sí lo ha hecho. Todo, desde la medicina moderna a la religión y desde la industrialización a la arquitectura y los deportes, se ha visto influenciado por la invención y elaboración de estos sistemas, de maneras a menudo irreconocibles.

En este libro he hecho la afirmación de que los números, las concretizaciones simbólicas de cantidades, son en realidad una invención. Las cantidades existen en la naturaleza, incluso con regularidad, ya sean los años entre los ciclos de reproducción de las cigarras, los conjuntos de patas de las arañas o los días de un ciclo lunar. Y podríamos seguir citando ejemplos. Pero los propios números, las encarnaciones simbólicas de estas cantidades regulares, no existen fuera de la creación humana. Y no los creamos simplemente con mecanismos innatos. Esta afirmación está basada en evidencias recientes de los bebés, de la gente anumérica, de las especies que están relacionadas con nosotros. Como hemos visto, todas esas pruebas convergen en una conclusión clara: no nacimos con la habilidad de distinguir la mayoría de las cantidades de manera precisa, aunque tenemos capacidades innatas que nos permiten aproximar cantidades y distinguir de manera exacta conjuntos pequeños de elementos. Estas destrezas no nos facultan para diferenciar de forma numérica la mayoría de conjuntos de elementos, ni siquiera cuando estos se encuentren en la naturaleza. Fue la innovación de los números, las representaciones de cantidades específicas, lo que permitió a la gente apreciar de manera consistente patrones cuantitativos de maneras precisas. Antes de la invención de los sistemas numéricos, la mayoría de las regularidades cuantitativas de la naturaleza estaban escondidas de la visión del *Homo sapiens*, es más, de cualquier animal. Su invención dio lugar a un movimiento cognitivo sísmico, uno cuyas réplicas están dándose todavía.

También he sugerido que la invención de la mayoría de tipos de números no fue solo una consecuencia natural del lenguaje y la cultura, sino que se debió a la simetría biológica de las manos humanas, extremidades en las que nos podemos fijar con facilidad y que no se necesitan para el movimiento. El ser bípedos nos permitió enfocarnos más en nuestras manos, así como la mejor movilidad de estas. Ambos aspectos al final dieron como resultado que nos diéramos cuenta de manera recurrente de la correspondencia cuantitativa entre los dedos, y de estos con otros elementos. Percatarse de algo tan sencillo, algo tan simple pero para lo que no estábamos programados, finalmente cobró vida en el lenguaje. Los números nacieron. Las cantidades precisas pasaron a ser una presencia constante en nuestros pensamientos en lugar de aparecer de forma esporádica. A juzgar por los registros arqueológicos y lingüísticos, las cantidades precisas se han expresado con consistencia a través de los números durante muchos milenios.

En ese sentido, la revolución numérica es muy antigua; aunque, por otra parte, solo cogió impulso en los últimos miles de años. Durante ese tiempo, los sistemas numéricos y la agricultura coevolucionaron. Los resultados de esta relación incluyeron sociedades mayores, tipos particulares de creencias religiosas, matemáticas y sistemas de escritura que al principio estaban centrados en los números en todos los casos. Resulta indiscutible: los números y contar cambiaron la historia humana. A pesar de que la gente desde hace tiempo reconoce la importancia del desarrollo de las matemáticas en la historia humana, he incidido en que la invención de las palabras para los números, los números hablados, jugaron un papel más sustancial y más temprano. En línea con muchas investigaciones interdisciplinares recientes sobre este tema, he sugerido que estos números fueron y siguen siendo una herramienta cognitiva que transformó nuestras vidas mucho antes del uso de las matemáticas avanzadas.

Como seres humanos estamos nadando de manera constante en un mar de cantidades, de la misma forma que nos mecemos en un mar de otros estímulos. Flotamos en un océano de luz visible, por ejemplo. Al igual que los ojos nos permiten diferenciar esa luz y navegar por el mundo físico que nos rodea, los números nos ayudan a distinguir las cantidades alrededor de nosotros y recorrer nuevas aguas conceptuales. Como he enfatizado en este libro, estas herramientas para la navegación conceptual no existen fuera de nuestra mente. No las descubrimos dando vueltas en algún lugar en la costa del sur de África. En su lugar, en varias épocas y varios lugares, incluyendo quizás la costa cerca de Stilbaai, nos dimos cuenta de las correspondencias entre cantidades y las cosificamos creando nuevos tipos de palabras, normalmente, al corresponder estas cantidades de la naturaleza con las que se podían representar con nuestros dedos.

Entonces, en esencia, tomamos nuestras manos y alcanzamos el mar de las cuantías indistinguibles, dándoles formas de números. Nos agarramos a las cantidades de elementos alrededor de nosotros, tanto de manera metafórica como literal. Moldeamos correspondencias de cantidades abstractas en algo muy real, pero muy poco natural, los números. Construimos los números. Y dado el efecto transformador en la historia de la humanidad, es justo decir que los números también nos hicieron a nosotros.

Agradecimientos

Este libro fue posible en parte gracias a un generoso premio de la empresa Carnegie Corporation de Nueva York. Por supuesto, las afirmaciones hechas y los puntos de vista expresados son exclusivamente míos.

Estoy muy agradecido por la guía inestimable de mi editor de Harvard University Press, Jeff Dean, y también doy las gracias a Michael Fisher, que fue el primero que confió en el trabajo. El libro se benefició enormemente de los comentarios perspicaces dados por cuatro expertos revisores. Les agradezco a cada uno de ellos dedicar su tiempo a leer el manuscrito inicial; sus comentarios y críticas simplemente mejoraron el libro. Hay muchos brillantes académicos que directa o indirectamente están asociados con la investigación descrita en esta obra a los que debo también dar las gracias. Si eres una de esas personas que está haciendo un trabajo fascinante basado en este libro, gracias por hacer lo que haces.

Parte de esta obra fue escrita a bordo del MV Explorer, en Semester at Sea, durante largos traslados en el océano, que fueron más agradables gracias a la gente con la que me encontré en el barco. Otra parte también se terminó en Lagoa da Conceição, resguardado en una ladera paradisíaca. La mayoría se redactó en la Universidad de Miami, un lugar maravilloso para escribir e investigar. Trabajo allí porque, hace algunos años, el departamento de Antropología dio una oportunidad a un joven académico que entrevistaron por primera vez durante una escala en el aeropuerto internacional de Miami. Sigo estando agradecido por ello. Además debo dar las gracias a mis otros colegas de la Universidad de Miami, que han hecho mi experiencia aquí tan placentera. También, he tenido el privilegio de tener muchos estudiantes fantásticos en la universidad, con quienes he discutido algunas de las ideas de este libro.

Tanto mi padre como mi madre han influido en este trabajo, directa o indirectamente, de maneras que espero que sean evidentes en sus páginas. Les estoy agradecido por ello, y por todo lo demás que me han dado, mucho de lo cual me doy cuenta de que ni siquiera recuerdo. También siempre estaré agradecido a mis maravillosas hermanas y sus estupendas familias, y a los Scottis. Finalmente, este libro no habría sido posible sin mi esposa, Jamie, y nuestro hijo, Jude.

Notas

Prólogo

1. Para conocer algunas historias de marineros que naufragaron y sobrevivieron con culturas indígenas, véase Álvar Núñez Cabeza de Vaca, *Naufragios*, Verbum, Madrid, 2017.

2. Véase, por ejemplo, Brian Cotterell y Johan Kamminga, *Mechanics of Pre-Industrial Technology*, Cambridge University Press, Cambridge, 1990.

3. Para saber más sobre el trinquete cultural, véanse Claudio Tennie, Josep Call y Michael Tomasello, «Ratcheting Up the Ratchet: On the Evolution of Cumulative Culture», *Philosophical Transactions of the Royal Society*, n.º B364 (2009), pp. 2405-2415, así como Michael Tomasello, *Orígenes culturales de la cognición humana*, Amorrortu, Madrid, 2007.

4. Para la discusión del caso esquimal y para la elaboración de la noción de conocimiento almacenado culturalmente, véase Robert Boyd, Peter Richerson y Joseph Henrich, «The Cultural Niche: Why Social Learning Is Essential for Human Adaptation», *Proceedings of the National Academy of Sciences USA*, n.º 108 (2011), pp. 10918-10925. Para más sobre la evolución de las culturas, consúltese, por ejemplo, Peter Richerson y Morten Christiansen, eds., *Cultural Evolution: Society, Technology, Language, and Religion*, Strüngmann Forum Reports, vol. 12, The MIT Press, Cambridge, 2013.

Capítulo 1: El tejido numérico en nuestro presente

1. Para saber más sobre la percepción del tiempo entre los aimara, véase Rafael Núñez y Eve Sweetser, «With the Future behind Them: Convergent Evidence from Aymara Language and Gesture in the Crosslinguistic Comparison of Spatial Construals of Time», *Cognitive Science*, n.º 30 (2006), pp. 401-450.

2. La percepción temporal thaayorre se analiza en Lera Boroditsky y Alice Gaby, «Remembrances of Times East: Absolute Spatial Representations of Time in an Australian Aboriginal Community», *Psychological Science*, n.º 21 (2010), pp. 1621-1639.

3. De manera similar, merece la pena prestar atención a que la duración de la rotación de la Tierra (ya sea sideral o con respecto al Sol) no es absoluta. Por ejemplo, antes de que un planetesimal colisionara con la superficie terrestre y creara la Luna hace miles de millones de años, el día solar de la Tierra duraba solo seis horas. Incluso en la actualidad su duración se está incrementando de manera gradual a medida que la rotación de nuestro planeta se hace más lenta, poco a poco, debido a la fricción de las mareas. Además, los días solares varían ligeramente dependiendo de la posición de la Tierra en la órbita alrededor del Sol. Para saber más de este tema véase, por ejemplo, Jo Ellen Barnett, *El péndulo del tiempo en pos del tiempo: de los relojes de sol a los atómicos*, Península, Barcelona, 2000.

4. Es también el resultado del desarrollo de mecanismos asociados usados para llevar un control del tiempo, desde los relojes solares a los *smartphones*. Es interesante que este desarrollo refleje la naturaleza cada vez más abstracta del control del tiempo. Aunque hubo una época en que dichos mecanismos, como los relojes de sol o de agua, se usaban para tener un seguimiento de los ciclos diurnos, han acabado controlando las unidades de tiempo que son independientes de los patrones celestes. Esta transición surge en parte del desarrollo de relojes basados en el peso (en concreto los de péndulo) y piezas para el tiempo basadas en muelles, las cuales permiten mediciones más precisas del tiempo que cualquier otro método celestial disponible. Estas mejoras permitieron, entre otras innovaciones importantes, mediciones más precisas de la longitud, así como la navegación. Véase la discusión fascinante en Jo Ellen Barnett, *El péndulo del tiempo en pos del tiempo*.

5. Hay muchos libros excelentes sobre la evolución humana y la paleoarqueología. Por nombrar un ejemplar reciente, Martin Meredith, *Born in Africa: The Quest for the Origins of Human Life*, Public Affairs, Nueva York, 2012.

6. Las afirmaciones relacionadas con los australopitecinos están basadas en el famoso trabajo de los Leakey. Destacamos el de Mary Leakey y John Harris, *Laetoli: A Pliocene Site in Northern Tanzania*, Oxford University Press, Nueva York, 1979; así como Mary Leakey y Richard Hay, «Pliocene Footprints in the Laetolil Beds at Laetoli, Northern Tanzania», *Nature*, n.º 278 (1979), pp. 317-323. Véase también Meredith, *Born in Africa*.

7. Algunas de las investigaciones en las cuevas de Blombos y Sibudu están descritas en Christopher Henshilwood, Francesco d’Errico y Ian Watts, «Engraved Ochres from the Middle Stone Age Levels at Blombos Cave, South Africa», *Journal of Human Evolution*, n.º 57 (2009), pp. 27-47; y también en Lucinda Backwell, Francesco d’Errico y Lyn Wadley, «Middle Stone Age Bone Tools from the Howiesons Poort Layers, Sibudu Cave, South Africa», *Journal of Archaeological Science*, n.º 35 (2008), pp. 1566-1580. La localización del éxodo africano está tomada de la síntesis de Meredith, *Born in Africa*.

8. La antigüedad de los humanos en América del Sur, más concretamente en Monte Verde, en el actual Chile, se discute en David Meltzer, Donald Grayson, Gerardo Ardila, Alex Barker, Dena Dincauze, C. Vance Haynes, Francisco Mena, Lautaro Nunez y Dennis Stanford, «On the Pleistocene Antiquity of Monte Verde, Southern Chile», *American Antiquity*, n.º 62 (1997), pp. 659-663.

9. La fundación cooperativa del lenguaje está enfatizada, por ejemplo, en Michael Tomasello y Esther Herrmann, «Ape and Human Cognition: What's the Difference?», *Current Directions in Psychological Science*, n.º 19 (2010), pp. 3-8; y Michael Tomasello y Amrisha Vaish, «Origins of Human Cooperation and Morality», *Annual Review of Psychology*, n.º 64 (2013), pp. 231-255.

10. Para saber más de cómo el lenguaje impacta en el pensamiento, véanse, por ejemplo, Caleb Everett, *Linguistic Relativity: Evidence across Languages and Cognitive Domains*, De Gruyter Mouton, Berlín, 2013, o Gary Lupyan y Benjamin Bergen, «How Language Programs the Mind», *Topics in Cognitive Science*, n.º 8 (2016), pp. 408-424.

11. Para una encuesta global de los términos para colores en el mundo, véase Paul Kay, Brent Berlin, Luisa Maffi, William Merrifield y Richard Cook, *World Color Survey*, University of Chicago Press, Chicago, 2011. La investigación experimental llevada a cabo entre los berinmo aparece en Jules Davidoff, Ian Davies y Debi Roberson, «Is Color Categorisation Universal? New Evidence from a Stone-Age Culture. Colour Categories in a Stone-Age Tribe», *Nature*, n.º 398 (1999), pp. 203-204.

12. Se podrían haber hecho otras elecciones terminológicas. Uno puede referirse a cantidades regulares como «números», en vez de restringir el uso del último término a palabras y otros símbolos para cantidades. Sin embargo, si se adoptase esta elección terminológica, el aspecto central no se vería alterado: nuestro reconocimiento de cantidades precisas depende en su mayoría de las palabras para los números.

13. Heike Wiese, *Numbers, Language, and the Human Mind*, Cambridge University Press, Cambridge, 2003, p. 762.

Capítulo 2: Los grabados numéricos en nuestro pasado

1. Las pinturas de Monte Alegre se discuten en, por ejemplo, Anna Roosevelt, Marconales Lima da Costa, Christiane Machado, Mostafa Michab, Norbert Mercier, Hélène Valladas, James Feathers, William Barnett, Maura da Silveira, Andrew Henderson, Jane Silva, Barry Chernoff, David Reese, J. Alan Holman, Nicholas Toth y Kathy Schick, «Paleoindian Cave Dwellers in the Amazon: The Peopling of the Americas», *Science*, n.º 33 (1996), pp. 373-384. Para una discusión de las posibles funciones como calendario de la pintura particular mencionada aquí, véase Christopher Davis, «Hitching Post of the Sky: Did Paleoindians Paint an Ancient Calendar on Stone along the Amazon River?», *Proceedings of the Fine International Conference on Gigapixel Imaging for Science*, n.º 1 (2010), pp. 1-18. Como señala Davis, el famoso naturalista del siglo XIX Alfred Wallace mencionó algunas de estas pinturas de Monte Alegre en su trabajo e hizo bocetos de ellas.

2. El asta se describió primero en John Gifford y Steven Koski, «An Incised Antler Artifact from Little Salt Spring», *Florida Anthropologist*, n.º 64 (2011), pp. 47-52. Los autores de ese estudio advierten la posibilidad de que el asta tuviese un propósito relacionado con el calendario, aunque algunos de los aspectos señalados aquí están basados en mi propia interpretación.

3. Karenleigh Overmann, «Material Scaffolds in Numbers and Time», *Cambridge Archaeological Journal*, n.º 23 (2013), pp. 19-39. Para una interpretación completa de la placa de Thaïs, véase Alexander Marshack, «The Taï Plaque and Calendrical Notation in the Upper Paleolithic», *Cambridge Archaeological Journal*, n.º 1 (1991), pp. 25-61.

4. Para un análisis del hueso de Ishango, véase Vladimir Pletser y Dirk Huylebrouck, «The Ishango Artefact: The Missing Base 12 Link», *Forma*, n.º 14 (1999), pp. 339-346.

5. El hueso de Lebombo se discute en Francesco d'Errico, Lucinda Backwell, Paola Villa, Ilaria Degano, Jeannette Lucejko, Marion Bamford, Thomas Higham, Maria Colombini y Peter Beaumont, «Early Evidence of San Material Culture Represented by Organic Artifacts from Border Cave, South Africa», *Proceedings of the National Academy of Sciences USA*, n.º 109 (2012), pp. 13214-13219.

6. Para saber más sobre los sistemas de conteo del mundo, véase Karl Menninger, *Number Words and Number Symbols*, The MIT Press, Cambridge, 1969. Para una descripción más detallada del sistema de conteo de los jarawara, véase Caleb Everett, «A Closer Look at a Supposedly Anumeric Language», *International Journal of American Linguistics*, n.º 78 (2012), pp. 575-590.

7. Para un análisis detallado de estos geoglifos, véase Martti Parssinen, Denise Schaan y Alceu Ranzi, «Pre-Columbian Geometric Earthworks in the Upper Purus: A Complex Society in Western Amazonia», *Antiquity*, n.º 83 (2009), pp. 1084-1095.

8. Karenleigh Overmann, «Finger-Counting in the Upper Paleolithic», *Rock Art Research*, n.º 31 (2014), pp. 63-80.

9. Las pinturas rupestres de Indonesia, posiblemente las más antiguas descubiertas hasta la fecha, se discuten en Maxime Aubert, Adam Brumm, Muhammad Ramli, Thomas Sutikna, Wahyu Saptomo, Budianto Hakim, Michael Morwood, G. van den Bergh, Leslie Kinsley y Anthony Dosseto, «Pleistocene Cave Art from Sulawesi, Indonesia», *Nature*, n.º 514 (2014), pp. 223-227. Para un ejemplo de cómo se dataron dichas pinturas rupestres, véase la discusión de la cueva de Fern en Rosemary Goodall, Bruno David, Peter Kershaw y Peter Fredericks, «Prehistoric Hand Stencils at Fern Cave, North Queensland (Australia): Environmental and Chronological Implications of Rama Spectroscopy and FT-IR Imaging Results», *Journal of Archaeological Science*, n.º 36 (2009), pp. 2617-2624.

10. Se han escrito muchos libros sobre la historia de la escritura. Mis afirmaciones aquí están basadas en parte en Barry Powell, *Writing: Theory and History of the Technology of Civilization*, Wiley-Blackwell, West Sussex, 2012.

11. Agradezco a un revisor anónimo el haberme indicado este ejemplo.

12. Para saber más sobre la historia de los sumerios y de la de otros sistemas numerales y de conteo, véanse Graham Flegg, *Numbers through the Ages*, Macmillan, Londres, 1989; y Graham Flegg, *Numbers: Their History and Meaning* Schocken Books, Nueva York, 1983.

13. Para un estudio orientado cognitivamente de los sistemas numerales del mundo, véase Stephen Chrisomalis, «A Cognitive Typology for Numerical Notation», *Cambridge Archaeological Journal*, n.º 14 (2004), pp. 37-52.

14. El descifrado de la escritura maya se detalla en Michael Coe, *El desciframiento de los glifos mayas*, Fondo de Cultura Económica, México, 2010.

15. Los numerales mayas están basados en un sistema vigesimal, pero algunos numerales calendáricos usan puntos en la tercera posición para representar 360 en lugar de 400, es decir, son una combinación de patrones de base 20 y base 18. Este sistema, llamado de cuenta larga, facilitaba especificar fechas respecto a la creación del universo en la mitología maya.

16. Esta discusión de los numerales solo alude brevemente a unos pocos de los modos en los que los sistemas numerales varían, formas que son particularmente relevantes para este libro. Para una mirada más completa y detallada sobre cómo varían los numerales, véase Stephen Chrisomalis, *Numerical Notation: A Comparative History*, Cambridge University Press, Nueva York, 2010. El trabajo de Chrisomalis categoriza de manera exhaustiva los tipos de numerales según varios parámetros funcionales.

17. El nudo único en la base de las cuerdas, en la posición de las unidades, representa diferentes números según cuantas vueltas se necesiten para hacerlo. De este modo, resultaba claro que esta posición representaba el «final» del numeral. Los nudos restantes eran más sencillos y se daban en grupos en las posiciones asociadas a potencias concretas. Cierto es que la explicación que presento aquí pasa por alto parte de la complejidad de este sistema semiótico, centrándose en su naturaleza decimal. Para más información sobre los numerales incas, véase, por ejemplo, Gary Urton, «From Middle Horizon Cord-Keeping to the Rise of Inka Khipus in the Central Andes», *Antiquity*, n.º 88 (2014), pp. 205-221.

18. Flegg, *Numbers through the Ages*.

Capítulo 3: Un viaje numérico alrededor del mundo actual

1. La afirmación de que los jarawara eran anuméricos fue hecha en R. M. W. Dixon, *The Jarawara Language of Southern Amazonia*, Oxford University Press, Oxford, 2004, p. 559. Yo describo los números jarawara en Caleb Everett, «A Closer Look at a Supposedly Anumeric Language», *International Journal of American Linguistics*, n.º 78 (2012), pp. 575-590, 583.

2. Las palabras de números cardinales, como «uno», «dos» y «tres», describen conjuntos de cantidades, en contraste con los términos para los ordinales, como «primero», «segundo» y «tercero».

3. Para definiciones más formales de bases véase, por ejemplo, Bernard Comrie, «The Search for the Perfect Numeral System, with Particular Reference to Southeast Asia», *Linguistik Indonesia*, n.º 22 (2004), pp. 137-145; o Harald Hammarström, «Rarities in Numeral Systems», en Jan Wohlgemuth y Michael Cysouw, *Rethinking Universals: How Rarities Affect Linguistic Theory*, De Gruyter Mouton, Berlín, 2010, pp. 11-59, 15; o Frans Plank, «Senary Summary So Far», *Linguistic Typology*, n.º 3 (2009), pp. 337-345. Estas definiciones formales se evitan aquí, ya que difieren unas de otras en detalles menores que no son significativos para nuestro estudio.

4. La reducción de palabras basada en la frecuencia se discute, por ejemplo, en Joan Bybee, *The Phonology of Language Use*, Cambridge University Press, Cambridge, 2001.

5. La base digital de muchos números hablados se señala en múltiples trabajos, incluido Alfred Majewicz, «Le Rôle du Doigt et de la Main et Leurs Désignations dans la Formation des Systèmes Particuliers de Numération et de Noms de Nombres dans Certaines Langues», en F. de Sivers, ed., *La Main et les Doigts*, Peeters, Lovaina, 1981, pp. 193-212.

6. El número de lenguas de familias concretas está tomado de M. Paul Lewis, Gary Simons y Charles Fennig, eds., *Ethnologue: Languages of the World*, 19.ª edición, SIL International, Dallas, 2016.

7. La lista de palabras y la discusión de las formas indoeuropeas están basadas en Robert Beekes, *Comparative Indo-European Linguistics: An Introduction*, John Benjamins, Ámsterdam, 1995.

8. Andrea Bender y Sieghard Beller, «"Fanciful" or Genuine? Bases and High Numerals in Polynesian Number Systems», *Journal of the Polynesian Society*, n.º 115 (2006), pp. 7-46. Véase también la discusión de las bases austronesias en Paul Sidwell, *The Austronesian Languages*, edición revisada, Australian National University, Camberra, 2013.

9. Este apunte revelador fue hecho por un revisor anónimo.

10. Bernard Comrie, «Numeral Bases», en Matthew Dryer y Martin Haspelmath, eds., *The World Atlas of Language Structures Online*, Max Planck Institute for Evolutionary Anthropology, Leipzig, 2013: http://wals.info/chapter/131. Para un estudio más amplio de los sistemas numéricos orales del mundo, véase la gran base de datos *online* del lingüista Eugene Chan: https://mpi-lingweb.shh.mpg.de/numeral/

11. Esta indicación aparece en David Stampe, «Cardinal Number Systems», en *Papers from the Twelfth Regional Meeting*, Chicago Linguistic Society, Chicago, 1976, pp. 594-609, 596.

12. Bernd Heine, *The Cognitive Foundations of Grammar*, Oxford University Press, Oxford, 1997, p. 21.

13. Para más detalles sobre los mecanismos de la creación de números, véase James Hurford, *Language and Number: Emergence of a Cognitive System*, Blackwell, Oxford, 1987.

14. Los «números básicos» a los que hago referencia aquí son, definidos de manera breve, los términos cardinales usados para describir cantidades de conjuntos de elementos.

15. No soy el primero en sugerir que los números sirven como herramientas cognitivas. Esta idea ya se ha adelantado en varios trabajos, quizás más claramente en Heike Wiese, «The Co-Evolution of Number Concepts and Counting Words», *Lingua*, n.º 117 (2007), pp. 758-772; y en Heike Wiese, *Numbers, Language, and the Human Mind*, Cambridge University Press, Cambridge, 2003.

16. La estrategia de conteo del comerciante indio se discute en Georges Ifrah, *Historia universal de las cifras*, Espasa, Madrid, 1997. También se ha sugerido que las estrategias de base 60 se deben a la combinación de los sistemas decimales y de base 6, en cuyo caso todavía estarían parcialmente basados en los dedos humanos.

17. Para un análisis del conteo oksapmin, véase Geoffrey Saxe, «Developing Forms of Arithmetical Thought among the Oksapmin of Papua New Guinea», *Developmental Psychology*, n.º 18 (1982), pp. 583-594. El conteo entre los yupno se describe en Jurg Wassman y Pierre Dasen, «Yupno Number System and Counting», *Journal of Cross-Cultural Psychology*, n.º 25 (1994), pp. 78-94.

18. Un resumen de los sistemas de base 6 se da en Plank, «Senary Summary So Far». Véase también Mark Donohue, «Complexities with Restricted Numeral Systems», *Linguistic Typology*, n.º 12 (2008), pp. 423-429; así como Nicholas Evans, «Two *pus* One Makes Thirteen: Senary Numerals in the Morehead-Maro Region», *Linguistic Typology*, n.º 13 (2009), pp. 321-335.

19. Véase Patience Epps, «Growing a Numeral System: The Historical Development of Numerals in an Amazonian Language Family», *Diachronica*, n.º 23 (2006), pp. 259-288, 268.

20. Estas ideas se basan en parte en Hammarström, «Rarities in Numeral Systems», el cual estudia bases de números raros en las lenguas del mundo.

21. Las afirmaciones de los límites de los números en lenguas australianas se hacen en Kenneth Hale, «Gaps in Grammar and Culture», en M. Dale Kinkade, Kenneth Hale y Oswald Werner, eds., *Linguistics and Anthropology: In Honor of C. F. Voegelin*, Peter de Ridder Press, Lisse, 1975, pp. 295-315; y en R. M. W. Dixon, *The Languages of Australia*, Cambridge University Press, Cambridge, 1980. El estudio detallado de los números australianos discutido aquí está en Claire Bowern y Jason Zentz, «Diversity in the Numeral Systems of Australian Languages», *Anthropological Linguistics*, n.º 54 (2012), pp. 133-160. A pesar de los inventarios numéricos relativamente restringidos de las lenguas australianas, la mayoría de ellas también tienen medios gramaticales de expresar conceptos como plural, singular e incluso dual, lo que quiere decir que sus hablantes a menudo se refieren a diferencias discretas entre cantidades más pequeñas, aunque tengan medios limitados de expresar discrepancias menores entre cuantías grandes. Dado que algunas lenguas amazónicas carecen de los últimos tipos de medios gramaticales para codificar conceptos numéricos básicos y dado que los sistemas numéricos más restringidos se encuentran en las lenguas amazónicas, es justo decir que los grupos más anuméricos, desde un punto de vista lingüístico, residen en el Amazonas.

22. Véase Nicholas Evans y Stephen Levinson, «The Myth of Language Universals: Language Diversity and Its Importance for Cognitive Science», *Behavioral and Brain Sciences*, n.º 32 (2009), pp. 429-448.

23. En este capítulo hemos discutido patrones globales en los números cardinales, palabras que describen las cantidades de conjuntos de elementos. El foco ha estado en la representación de términos para enteros positivos, ya que otros números, como las fracciones o los números negativos, son menos comunes en las culturas del mundo y también, en comparación, son innovaciones recientes. Aun así, merece la pena mencionar que muchas generalizaciones que hemos destacado también se aplican a las fracciones, ya que estas se basan en los enteros en cualquier lengua dada. En español, por ejemplo, fracciones como un décimo, un quinto, etcétera, son unidades invertidas tomadas de la escala decimal básica. Esto no es sorprendente, puesto que sería simbólicamente engorroso cambiar a, por ejemplo, una base senaria de una decimal cuando se hablase de fracciones.

Capítulo 4: Más allá de las palabras: otros tipos de lenguajes numéricos

1. Véase Matthew Dryer, «Coding of Nominal Plurality», en Matthew Dryer y Martin Haspelmath, eds., *The World Atlas of Language Structures Online*, Max Planck Institute for Evolutionary Anthropology, Leipzig, 2013: http://wals.info/chapter/33.

2. Stanislas Dehaene, *The Number Sense: How the Mind Creates Mathematics*, Oxford University Press, Nueva York, 2011, p. 80.

3. Robert Dixon, *The Dyirbal Language of North Queensland*, Cambridge University Press, Nueva York,1972, p. 51.

4. Algunos de los particulares morfológicos en kayardild están disimulados aquí. Para más información sobre el dual en este lenguaje, consúltese la siguiente completa descripción gramatical: Nicholas Evans, *A Grammar of Kayardild*, De Gruyter Mouton, Berlín, 1995, p. 184.

5. Greville Corbett, *Number*, Cambridge University Press, Cambridge, 2000, p. 20.

6. Wyn Laidig y Carol Laidig, «Larike Pronouns: Duals and Trials in a Central Moluccan Language», *Oceanic Linguistics*, n.º 29 (1990), pp. 87-109, 92.

7. Como señala un revisor anónimo, se han hecho algunas afirmaciones controvertidas de los marcadores cuadriales, usadas en contextos restringidos, sobre las lenguas austronesias tangga, marshallese y sursurunga. Véase la discusión de estas formas en Corbett, *Number*, pp. 26-29. Como se señala en ese amplio estudio, sería probablemente mejor considerar esas formas como marcadores paucales. De hecho, su impresionante investigación no descubre ningún caso de marcadores cuadriales en las lenguas del mundo.

8. La gramática boumaa fiyiana se discute en R. M. W. Dixon, *A Grammar of Boumaa Fijian*, University of Chicago Press, Chicago, 1988.

9. Thomas Payne, *Describing Morphosyntax*, Cambridge University Press, Cambridge, 1997, p. 109.

10. Payne, *Describing Morphosyntax*, p. 98.

11. Payne, *Describing Morphosyntax*.

12. Para una discusión del número gramatical cercana a la extensión de un libro, véase Corbett, *Number*.

13. Jon Ortiz de Urbina, *Parameters in the Grammar of Basque*, Foris, Providence, 1989. Técnicamente, el verbo está en concordancia en número con el sustantivo «absolutivo», no el objeto, pero esta distinción no es importante para nuestra discusión.

14. Payne, *Describing Morphosyntax*, p. 108.

15. John Lucy, *Grammatical Categories and Cognition: A Case Study of the Linguistic Relativity Hypothesis*, Cambridge University Press, Cambridge,1992, p. 54.

16. Caleb Everett, «Language Mediated Thought in “Plural” Action Perception», en Fey Parrill, Vera Tobin y Mark Turner, eds., *Meaning, Form, and Body*, CSLI, Stanford, 2010, pp. 21-40. Obsérvese que el patrón descrito aquí no es el mismo que el de un verbo en concordancia con el número del sustantivo, sino que es más similar al ejemplo de «salir en estampida» frente a «correr», en el cual una expresión verbal tiene connotaciones plurales inherentes.

17. Dehaene, *The Number Sense*.

18. Para evidencias de lo comunes que resultan los números del 1 al 3, véase Frank Benford, «The Law of Anomalous Numbers», *Proceedings of the American Philosophical Society*, n.º 78 (1938), pp. 551-572. Para una discusión sobre lo común de las cantidades más pequeñas y los múltiplos de 10, véase Dehaene, *The Number Sense*, pp. 99-101.

19. Este ejemplo de numerales romanos se ha señalado en otras partes, por ejemplo, en Dehaene, *The Number Sense*.

20. El rango de sonidos en las diferentes lenguas se ha tomado de Peter Ladefoged y Ian Maddieson, *The Sounds of the World's Languages*, Wiley-Blackwell, Hoboken, 1996. Para un estudio de las potenciales adaptaciones ambientales de las lenguas, véase Caleb Everett, Damián Blasi y Seán Roberts, «Climate, Vocal Cords, and Tonal Languages: Connecting the Physiological and Geographic Dots», *Proceedings of the National Academy of Sciences USA*, n.º 112 (2015), pp. 1322-1327.

Capítulo 5: La gente anumérica en la actualidad

1. Los pirahã se han estudiado de manera extensa en otras partes, de manera muy notable en el libro de mi padre: Daniel Everett, *No duermas, hay serpientes*, Turner, Madrid, 2014.

2. John Hemming, *Tree of Rivers: The Story of the Amazon*, Thames and Hudson, Londres, 2008, p. 181.

3. De hecho, se convirtió en un académico muy conocido después de encontrarse con los pirahã y ha publicado numerosos trabajos sobre su lengua, así como sobre otros temas. Sus estudios han llevado a discusiones amplias sobre la naturaleza del lenguaje en los círculos académicos y en los medios. Quizás la más famosa de sus investigaciones sobre el lenguaje es la que sugiere que la lengua pirahã carece de recursividad, una característica sintáctica que algunos lingüistas asumían que existía en todos los idiomas.

4. Estos resultados sobre la imprecisión de las palabras parecidas a los números en el lenguaje se presentan en Michael Frank, Daniel Everett, Evelina Fedorenko y Edward Gibson, «Number as a Cognitive Technology: Evidence from Pirahã Language and Cognition», *Cognition*, n.º 108 (2008), pp. 819-824. Mi discusión en ese estudio combina los resultados de las tareas de «adquisición de cantidades crecientes» y la de «cantidades decrecientes». La observación de que todas las palabras parecidas a números son imprecisas en esa lengua se dio con anterioridad en Daniel Everett, «Cultural Constraints on Grammar and Cognition in Pirahã: Another Look at the Design Features of Human Language», *Current Anthropology*, n.º 46 (2005), pp. 621-646.

5. Pierre Pica, Cathy Lemer, Veronique Izard y Stanislas Dehaene, «Exact and Approximate Arithmetic in an Amazonian Indigene Group», *Science*, n.º 306 (2004), pp. 499-503.

6. Peter Gordon, «Numerical Cognition without Words: Evidence from Amazonia», *Science*, n.º 36 (2004), pp. 496-499.

7. En otras palabras, la correlación tenía lo que los psicólogos llaman un coeficiente de variación estándar. Este se refiere a la razón a la que uno llega tomando la desviación típica de las respuestas y dividiéndola entre las respuestas correctas, para cada cantidad perseguida. Gordon encontró que el coeficiente de variación estaba en torno a 0,15 para todas las cantidades mayores que tres. Observamos el mismo patrón en el trabajo sobre los pirahã que le siguió.

8. Véase Caleb Everett y Keren Madora, «Quantity Recognition among Speakers of an Anumeric Language», *Cognitive Science*, n.º 36 (2012), pp. 130-141.

9. Los resultados obtenidos en Xaagiopai sugieren que, cuando los pirahã han tenido alguna práctica con las palabras para los números en su propia lengua, también comienzan a mostrar signos de reconocimiento de cantidades más grandes de manera más precisa. Después de todo, su desempeño de la tarea básica de igualar en línea sí parece mejorar en la aldea después de cierta familiarización con las palabras para números.

10. Resulta interesante que algunas lenguas en el sur de Australia tengan «nombres para el orden de nacimiento», que indican la edad relativa de alguien cuando se compara con la de sus hermanos. Como señala un revisor anónimo, esto es cierto en la lengua kaurna, por ejemplo.

11. Estos hallazgos sobre los mundurukú se presentan en Pica *et al.*, «Exact and Approximate Arithmetic in an Amazonian Indigene Group».

12. Pica *et al.*, «Exact and Approximate Arithmetic in an Amazonian Indigene Group», p. 502.

13. Franc Marušič, Rok Žaucer, Vesna Plesničar, Tina Razboršek, Jessica Sullivan y David Barner, «Does Grammatical Structure Speed Number Word Learning? Evidence from Learners of Dual and Non-Dual Dialects of Slovenian», *PLoS ONE*, n.º 11 (2016): e0159208.doi:10.1371/journal.pone.0159208.

14. Stanislas Dehaene, *The Number Sense: How the Mind Creates Mathematics*, Oxford University Press, Nueva York, 2011, p. 264.

15. Koleen McCrink, Elizabeth Spelke, Stanislas Dehaene y Pierre Pica, «Non-Developmental Halving in an Amazonian Indigene Group», *Developmental Science*, n.º 16 (2012), pp. 451-462.

16. Maria de Hevia y Elizabeth Spelke, «Number-Space Mapping in Human Infants», *Psychological Science*, n.º 21 (2010), pp. 653-660.

17. El estudio de la recta numérica mental evidente entre los mundurukú está en Stanislas Dehaene, Veronique Izard, Elizabeth Spelke y Pierre Pica, «Log or Linear? Distinct Intuitions of the Number Scale in Western and Amazonian Indigene Cultures», *Science*, n.º 320 (2008), pp. 1217-1220.

18. Rafael Núñez, Kensy Cooperrider y Jurg Wassman, «Number Concepts without Number Lines in an Indigenous Group of Papua New Guinea», *PLoS ONE*, n.º 7 (2012), pp. 1-8.

19. Elizabet Spaepen, Marie Coppola, Elizabeth Spelke, Susan Carey y Susan Goldin- Meadow, «Number without a Language Model», *Proceedings of the National Academy of Sciences USA*, n.º 108 (2011), pp. 3163-3168, 3167.

20. Solo ahora hay signos que presionan desde el exterior para que finalmente estas culturas cedan el paso a la adopción sistemática de números. Por ejemplo, recientemente se han dedicado muchos recursos gubernamentales para familiarizar a los pirahã de Xaagiopai con el portugués, incluyendo las palabras portuguesas para los números.

Capítulo 6: Las cantidades en los cerebros de los más pequeños

1. No sabemos cuándo exactamente estos sentidos numéricos se nos hacen accesibles, aunque, como veremos, el sentido numérico aproximado es accesible al momento de nacer. Mi referencia a «sentidos» numéricos se debe al fantástico libro de Stanislas Dehaene, *The Number Sense: How the Mind Creates Mathematics*, Oxford University Press, Nueva York, 2011. Como ya indiqué en el capítulo 4, el sentido numérico exacto está en realidad dentro de una capacidad más general para distinguir objetos discretos. La función cuantitativa de esta facultad es un fenómeno secundario. Por comodidad nemotécnica me refiero a esta función cuantitativa como el sentido numérico exacto, que es lo que permite la diferenciación relativamente precisa de conjuntos más pequeños de elementos. Para saber más sobre esta capacidad de procesamiento paralelo que permite la discriminación de pequeñas cantidades, véase, por ejemplo, Elizabeth Brannon y Joonkoo Park, «Phylogeny and Ontogeny of Mathematical and Numerical Understanding», en Roy Cohen Kadosh y Ann Dowker, eds., *The Oxford Handbook of Numerical Cognition*, Oxford University Press, Oxford, 2015, pp. 203-213.

2. Un caso para una capacidad de lenguaje innata se presenta de manera elegante en Steven Pinker, *The Language Instinct: The New Science of Language and Mind*, Penguin, Londres, 1994. Para perspectivas alternativas más recientes, el lector puede consultar textos accesibles como Vyv Evans, *The Language Myth: Why Language Is Not an Instinct*, Cambridge University Press, Cambridge, 2014); o Daniel Everett, *Language: The Cultural Tool*, Random House, Nueva York, 2012.

3. Karen Wynn, «Addition and Subtraction by Human Infants», *Nature*, n.º 358 (1992), pp. 749-750.

4. Además, el estudio abordó algunas de las críticas lanzadas a Wynn, «Addition and Subtraction by Human Infants», así como a otros trabajos que no tienen en cuenta elementos no numéricos, como la cantidad, la forma y la configuración de los estímulos. Véase Fei Xu y Elizabeth Spelke, «Large Number Discrimination in 6-Month-Old Infants», *Cognition*, n.º 74 (2000), B1- B11.

5. En este caso, digo «la mayoría de bebés» porque en cuatro de los dieciséis que han participado en el estudio no se han observado diferencias en la mirada al encontrarse con cantidades noveles de puntos.

6. Xu and Spelke, «Large Number Discrimination in 6-Month-Old Infants», B10.

7. Este es un asunto comprensible en la investigación psicológica en general, la cual está normalmente centrada en personas de sociedades occidentales, industrializadas y formadas, ya que estas son más accesibles para la mayoría de los psicólogos. Véase la discusión en Joseph Henrich, Steven Heine y Ara Norenzayan, «The Weirdest People in the World?», *Behavioral and Brain Sciences*, n.º 33 (2010), pp. 61-83.

8. El estudio descrito aquí es: Veronique Izard, Coralie Sann, Elizabeth Spelke y Arlette Streri, «Newborn Infants Perceive Abstract Numbers», *Proceedings of the National Academy of Sciences USA*, n.º 106 (2009), pp. 10382-10385.

9. Sin embargo, dicha evidencia no sugiere que el cerebro humano esté programado excepcionalmente para el pensamiento matemático. Como veremos en el capítulo 7, otras especies también tiene un sentido numérico abstracto para diferenciar cantidades cuando la razón entre ellas es lo bastante grande.

10. Jacques Mehler y Thomas Bever, «Cognitive Capacity of Very Young Children», *Science*, n.º 3797 (1967), pp. 141-142. Véase también la esclarecedora discusión sobre este tema en Dehaene, *The Number Sense: How the Mind Creates Mathematics*, concretamente la parte en la que lo relaciona con el trabajo de Piaget. Sin embargo, debería mencionar que un revisor perspicaz señala que ha habido problemas replicando los resultados de Mehler y Bever con niños muy pequeños.

11. Kirsten Condry y Elizabeth Spelke, «The Development of Language and Abstract Concepts: The Case of Natural Number», *Journal of Experimental Psychology: General*, n.º 137 (2008), pp. 22-38.

12. Para una perspectiva diferente, véase Rochel Gelman y C. Randy Gallistel, *Young Children's Understanding of Numbers*, Harvard University Press, Cambridge, 1978; o Rochel Gelman y Brian Butterworth, «Number and Language: How Are They Related?», *Trends in Cognitive Sciences*, n.º 9 (2005), pp. 6-10. Obsérvese que estos trabajos son anteriores a algunas de las investigaciones que discutimos aquí.

13. Se presenta una discusión más detallada del principio sucesor en, por ejemplo, Barbara Sarnecka y Susan Carey, «How Counting Represents Number: What Children Must Learn and When They Learn It», *Cognition*, n.º 108 (2008), pp. 662-674.

14. Para saber más sobre el aprendizaje infantil de estos conceptos en culturas con habilidades aritméticas, recomiendo al lector dos estudios de Susan Carey: *The Origin of Concepts*, Oxford University Press, Oxford, 2009, y «Where Our Number Concepts Come From», *Journal of Philosophy*, n.º 106 (2009), pp. 220-254.

15. Véase Elizabeth Gunderson, Elizabet Spaepen, Dominic Gibson, Susan Goldin-Meadow y Susan Levine, «Gesture as a Window onto Children's Number Knowledge», *Cognition*, n.º 144 (2015), pp. 14-28, 22.

16. Véase Barbara Sarnecka, Megan Goldman y Emily Slusser, «How Counting Leads to Children's First Representations of Exact, Large Numbers», en Roy Cohen Kadosh y Ann Dowker, eds., *The Oxford Handbook of Numerical Cognition*, Oxford University Press, Oxford, 2015, pp. 291-309. Para más sobre la adquisición de la correspondencia uno a uno, véase también Barbara Sarnecka y Charles Wright, «The Idea of an Exact Number: Children's Understanding of Cardinality and Equinumerosity», *Cognitive Science*, n.º 37 (2013), pp. 1493-1506.

17. Véase Carey, *The Origin of Concepts*. Su explicación sugiere que la diferenciación exacta innata de cantidades pequeñas es el principal facilitador de la adquisición de otros conceptos numéricos. En otras palabras, el sentido numérico aproximado juega un papel menos sustancial en la estructuración inicial de los números cuando se contrasta con algunas otras explicaciones. Parte del respaldo empírico para su hipótesis se ofrece, por ejemplo, en Mathiew Le Corre y Susan Carey, «One, Two, Three, Four, Nothing More: An Investigation of the Conceptual Sources of the Verbal Counting Principles», *Cognition*, n.º 105 (2007), pp. 395-438. Entre los especialistas continúa el debate de cómo nuestros sentidos numéricos innatos se fusionan. Pero generalmente se está de acuerdo en que ambos contribuyen a la adquisición eventual de conceptos numéricos y aritméticos.

18. La frase «conceptualizar etiquetas» está tomada de Nick Enfield, «Linguistic Categories and Their Utilities: The Case of Lao Landscape Terms», *Language Sciences*, n.º 30 (2008), pp. 227-255, 253. Para saber más sobre el modo en que las palabras para números sirven como referentes para conceptos en las mentes de niños, véase Sarnecka, Goldman y Slusser, «How Counting Leads to Children's First Representations of Exact, Large Numbers».

19. Aunque faltan en la literatura muchos estudios multiculturales representativos de verdad sobre el desarrollo del pensamiento numérico, algún trabajo reciente con una cultura de agricultura de subsistencia en la selva boliviana, los tsinamé, explora este asunto. Los tsianmé tardan entre dos y tres veces más en aprender a contar, si se los compara con niños de sociedades industrializadas. Véase Steve Piantadosi, Julian Jara-Ettinger y Edward Gibson, «Children's Learning of Number Words in an Indigenous Farming-Foraging Group», *Developmental Science*, n.º 17 (2014), pp. 553-563. Un estudio muy reciente de este grupo ha encontrado que su comprensión de la correspondencia de cantidades exacta se correlaciona con el conocimiento de los números y de contar, como fue predicho por la explicación presentada en este libro. Sin embargo, es interesante que el mismo trabajo sugiera que hay al menos un niño tsimané que «no puede contar, pero entiende la lógica de la igualdad exacta». Esto resulta inesperado pero tampoco es sorprendente: después de todo, sabemos que algunos humanos (como los inventores de los números) llegaron a reconocer la igualdad exacta sin contar primero. Por supuesto, estos niños tsimané todavía tienen la exposición a contar y prácticas semióticas numéricas, ya que están dentro de una cultura con habilidad para la aritmética. Resulta claro a partir de todo el trabajo relevante, incluyendo el que se hace con los tsimané, que aprender a contar facilita mucho el subsiguiente reconocimiento de cantidades precisas. Véase Julian Jara-Ettinger, Steve Piantadosi, Elizabeth S. Spelke, Roger Levy y Edward Gibson, «Mastery of the Logic of Natural Numbers is not the Result of Mastery of Counting: Evidence form Late Counters», *Developmental Science*, n.º 19 (2016), pp. 1-11: doi:10.1111/desc12459, 8.

Capítulo 7: Las cantidades en los cerebros de los animales

1. Para conocer más sobre este experimento, del cual he proporcionado solo un resumen básico, véase Daniel Hanus, Natacha Mendes, Claudio Tennie y Josep Call, «Comparing the Performances of Apes (*Gorilla gorilla*, *Pan troglodytes*, *Pongo pygmaeus*) and Human Children (*Homo sapiens*) in the Floating Peanut Task», *PLoS ONE*, n.º 6 (2011), e19555.

2. Para evidencias del alcance del impacto de la colaboración entre animales y humanos sobre nuestra especie, véase Pat Shipman, «The Animal Connection and Human Evolution», *Current Anthropology*, n.º 54 (2010), pp. 519-538.

3. Para saber más sobre Clever Hans, véase Oscar Pfungst, *Clever Hans (The Horse of Mr. von Osten), A Contribution to Animal and Human Psychology*, Holt and Company, Nueva York, 1911.

4. Véase Charles Krebs, Rudy Boonstra, Stan Boutin y A. R. E. Sinclair, «What Drives the 10-Year Cycle of Snowshoe Hares?», *Bioscience*, n.º 51 (2001), pp. 25-35.

5. La aparición de los números primos en dichos ciclos está descrita en Paulo Campos, Viviane de Oliveira, Ronaldo Giro y Douglas Galvão, «Emergence of Prime Numbers as the Result of Evolutionary Strategy», *Physical Review Letters*, n.º 93 (2004): 098107.

6. No obstante, debe reconocerse que algunas especies de invertebrados exhiben comportamientos consistentes con la aproximación de cantidades rudimentarias. Véase el estudio de Christian Agrillo, «Numerical and Arithmetic Abilities in Non-Primate Species», en Ann Dowker , ed., *Oxford Handbook of Numerical Cognition*, Oxford University Press, oxford, 2015, pp. 214-236.

7. El conocimiento numérico de las salamandras se describe en Claudia Uller, Robert Jaeger, Gena Guidry y Carolyn Martin, «Salamanders *(Plethodon cinereus)* Go for More: Rudiments of Number in an Amphibian», *Animal Cognition*, n.º 6 (2003), pp. 105-112; y también en Paul Krusche, Claudia Uller y Ursula Dicke, «Quantity Discrimination in Salamanders», *Journal of Experimental Biology*, n.º 213 (2010), pp. 1822-1828. Los resultados obtenidos con peces se describen en Christian Agrillo, Laura Piffer, Angelo Bisazza y Brian Butterworth, «Evidence for Two Numerical Systems That Are Similar in Humans and Guppies», *PLoS ONE*, n.º 7 (2012): e31923.

8. El influyente estudio sobre ratas es el de John Platt y David Johnson, «Localization of Position within a Homogeneous Behavior Chain: Effects of Error Contingencies», *Learning and Motivation*, n.º 2 (1971), pp. 386-414.

9. En referencia a las leonas, véase Karen McComb, Craig Packer y Anne Pusey, «Roaring and Numerical Assessment in the Contests between Groups of Female Lions, *Panther leo*», *Animal Behaviour*, n.º 47 (1994), pp. 379-387. Para los hallazgos sobre palomas, véase Jacky Emmerton, «Birds' Judgments of Number and Quantity», en Robert Cook, ed., *Avian Visual Cognition*, Comparative Cognition Press, Boston, 2001.

10. Agrillo, «Numerical and Arithmetic Abilities in Non-Primate Species», p. 217.

11. Los resultados sobre perros aparecen en Rebecca West y Robert Young, «Do Domestic Dogs Show Any Evidence of Being Able to Count?», *Animal Cognition*, n.º 5 (2002), pp. 183-186. Para los hallazgos sobre las petroicas, véase Simon Hunt, Jason Low y K. C. Burns, «Adaptive Numerical Competency in a Food-Hoarding Songbird», *Proceedings of the Royal Society of London: Biological Sciences*, n.º 267 (2008), pp. 2373-2379.

12. Agrillo *et al.*, «Evidence for Two Numerical Systems That Are Similar in Humans and Guppies».

13. La similaridad entre el humano y el chimpancé se describe en The Chimpanzee Sequencing and Analysis Consortium, «Initial Sequence of the Chimpanzee Genome and Comparison with the Human Genome», *Nature*, n.º 437 (2005), pp. 69-87. El valor de la relación genómica varía dependiendo de los métodos usados, pero normalmente se obtiene que es mayor que el 95 %. Véase también Roy Britten, «Divergence between Samples of Chimpanzee and Human DNA Sequences is 5 % Counting Indels», *Proceedings of the National Academy of Sciences USA*, n.º 99 (2002), pp. 13633-13635. Para una exploración de la similitud de la genética humana con la de otras especies, visitar http://ngm.nationalgeographic.com/2013/07/125-explore/shared-genes.

14. Mihaela Pertea y Steven Salzberg, «Between a Chicken and a Grape: Estimating the Number of Human Genes», *Genome Biology*, n.º 11 (2010), p. 206.

15. Véase Marc Hauser, Susan Carey y Lilan Hauser, «Spontaneous Number Representation in Semi-Free Ranging Rhesus Monkeys», *Proceedings of the Royal Society of London: Biological Science*, n.º 267 (2000), pp. 829-833. Parte del trabajo de Hauser ha sido cuestionado debido a una investigación llevada a cabo en Harvard, la cual encontró indicios de que algunos de sus resultados habían sido alterados. Los resultados en este estudio en particular no están involucrados en esa investigación.

16. Los resultados de esta tarea de orden ascendente están descritos en Elizabeth Brannon y Herbert Terrace, «Ordering of the Numerosities 1-9 by Monkeys», *Science*, n.º 282 (1998), pp. 746-749.

17. El experimento del chocolate se describe en Duane Rumbaugh, Sue Savage-Rumbaugh y Mark Hegel, «Summation in the Chimpanzee (*Pan troglodytes*)», *Journal of Experimental Psychology: Animal Behaviors Processes*, n.º 13 (1987), pp. 107-115.

18. El apoyo para estas afirmaciones aparece en Brannon y Terrace, «Ordering of the Numerosities 1-9 by Monkeys». En lo que respecta a papios y saimiris, véase Brian Smith, Alexander Piel y Douglas Candland, «Numerity of a Socially Housed Hamadryas Baboon (*Papio hamadryas*) and a Socially Housed Squirrel Monkey (*Saimiri sciureus*)», *Journal of Comparative Psychology*, n.º 117 (2003), pp. 217-225. Para más sobre los saimiris, véase Anneke Olthof, Caron Iden y William Roberts, «Judgements of Ordinality and Summation of Number Symbols by Squirrel Monkeys (*Saimiri sciureus*)», *Journal of Experimental Psychology: Animal Behaviors Processes*, n.º 23 (1997), pp. 325-339. Los monos son capaces de seleccionar la mayor cantidad de comida mediante la aproximación o mediante métodos más exactos que dependen del entrenamiento con números. Pero sus habilidades de diferenciación de cantidades no están restringidas al reino de lo consumible. Los estudios también han mostrado que los macacos Rhesus pueden escoger con exactitud el mayor de dos conjuntos de elementos digitales presentados a través de la pantalla de un ordenador, incluso después de que se controlen propiedades no numéricas, como el área de un estímulo presentado. Véase Michael Beran, Bonnie Perdue y Theodore Evans, «Monkey Mathematical Abilities», en Ann Dowker, ed., *Oxford Handbook of Numerical Cognition*, Oxford University Press, Oxford, 2015, pp. 237-259.

19. La evidencia entre especies para un sentido numérico exacto es más débil y, para algunos investigadores, marginal en el mejor de los casos. Véase esta discusión en Beran, Perdue y Evans, «Monkey Mathematical Abilities». Los investigadores no han desarrollado completamente el rango de similitud entre nuestros sentidos númericos innatos y los que son evidentes en otras especies, como nuestros parientes primates.

20. Elizabeth Brannon y Joonkoo Park, «Phylogeny and Ontogeny of Mathematical and Numerical Understanding», en Ann Dowker, ed., *Oxford Handbook of Numerical Cognition*, Oxford University Press, Oxford, 2015, pp. 209.

21. Irene Pepperberg, «Further Evidence for Addition and Numerical Competence by a Grey Parrot (*Psittacus erithacus*)», *Animal Cognition*, n.º 15 (2012), pp. 711-717. Para los resultados con Sheba, véase Sarah Boysen y Gary Berntson, «Numerical Competence in a Chimpanzee (*Pan troglodytes*)», *Journal of Comparative Psychology*, n.º 103 (1989), pp. 23-31.

22. Pepperberg, «Further Evidence for Addition and Numerical Competence by a Grey Parrot (*Psittacus erithacus*)», p. 711.

Capítulo 8: La invención de los números y de la aritmética

1. Para leer más sobre cómo los patrones en el lenguaje impactan en el pensamiento, véase Caleb Everett, *Linguistic Relativity: Evidence across Languages and Cognitive Domains*, De Gruyter Mouton, Berlín, 2013.

2. James Hurford, *Language and Number: Emergence of a Cognitive System*, Blackwell, Oxford, 1987, p. 13. La perspectiva que presento está influenciada por el trabajo más reciente de Heike Wiese, «The Co-Evolution of Number Concepts and Counting Words», *Lingua*, n.º 117 (2007), pp. 758-772. Indica en la p. 762 que «el estatus dual de las palabras para contar significa crucialmente que son números (además de palabras) más que nombres de números, es decir, no se refieren a «números» extralingüísticos, sino que en su lugar se usan como números directamente». Wiese también señala que la aproximación tradicional de «números como nombres» ignora las palabras para números ordinales («primero», «segundo», etc.) y nominales (por ejemplo, «el autobús 9»).

3. Karenleigh Overmann, «Numerosity Structures the Expression of Quantity in Lexical Numbers and Grammatical Number», *Current Anthropology*, n.º 56 (2015), pp. 638-653, 639. Para una respuesta a este artículo, véase Caleb Everett, «Lexical and Grammatical Number Are Cognitive and Historically Dissociable», *Current Anthropology*, n.º 57 (2016), p. 351.

4. Stanislas Dehaene, *The Number Sense: How the Mind Creates Mathematics*, Oxford University Press, Oxford, 2011, p. 80.

5. Véase Kevin Zhou y Claire Bowern, «Quantifying Uncertainty in the Phylogenetics of Australian Number Systems», *Proceedings of the Royal Society B: Biological Sciences*, n.º 282 (2015), pp. 2015-1278. Estos hallazgos son congruentes con la discusión relacionada de los números australianos (capítulo 3), la cual está basada en un estudio diferente, uno del que también es coautora Bowern.

6. Las bases físicas de las palabras para números se han observado en muchas fuentes, por ejemplo, en Bernd Heine, *Cognitive Foundations of Grammar*, Oxford University Press, Oxford, 1997.

7. Aparte de cualquier detalle discutible sobre esta explicación, queda poca duda de que las palabras para números son herramientas verbales, no solo etiquetas para conceptos que todo el mundo está innatamente predispuesto a reconocer. Véase también Wiese, «The Co-Evolution of Number Concepts and Counting Words», p. 769, donde se señala que «las palabras para contar son ejemplos verbales de herramientas numéricas, es decir, las herramientas verbales que usamos en funciones numéricas».

8. Hay muchos trabajos sobre conocimiento encarnado. Para un estudio extenso del tema, consúltese Lawrence Shapiro, ed., *The Routledge Handbook of Embodied Cognition*, Routledge, Nueva York, 2014. En contraste con la explicación presentada aquí, algunos arqueólogos se han centrado en cómo las características externas al cuerpo han impactado en la innovación de los números. Véase, por ejemplo, Karenleigh Overmann, «Material Scaffolds in Numbers and Time», *Cambridge Archaeological Journal*, n.º 23 (2013), pp. 19-39. Ahí sugieren una explicación alternativa, según la cual objetos como cuentas, fichas y marcas de palitos sirven como referentes materiales para los conceptos que son entonces ejemplificados de manera lingüística. Sin duda, dichos artefactos, como otros factores materiales, pusieron presión adicional sobre los humanos para inventar y refinar los números (véase el capítulo 10). Pero la perspectiva adoptada aquí es que las rutas anatómicas para los números son más básicas ontogenética e históricamente cuando se las compara con cualquier otro (sin duda existente) referente numérico externo. Los dedos son, después de todo, más primigenios desde el punto de vista experimental que los estímulos materiales externos al cuerpo. Además, hay un vínculo claro entre el lenguaje numérico y el cuerpo (véase el capítulo 3), lo cual sugiere la primacía del cuerpo al inventar números, no solo al etiquetarlos después de crear referentes materiales para los números. Sin embargo, la afirmación aquí no es que las tecnologías materiales y los símbolos no jugaran también un papel en promover el pensamiento numérico, por lo que la investigación de estos arqueólogos resulta crucial para dilucidar el alcance de ese papel. A medida que los seres humanos interactuaban con los números materialmente, sin duda se enfrentaban a presiones mayores para ampliar los sistemas numéricos de nuevas maneras. Pero, incluso considerando estas presiones, nuestros dedos son los que permitieron la invención inicial de los números, al menos en la mayoría de casos.

9. Rafael Núñez y Tyler Marghetis, «Cognitive Linguistics and the Concept(s) of Number», en Roy Cohen Kadosh y Ann Dowker, eds., *The Oxford Handbook of Numerical Cognition*, Oxford University Press, Oxford, 2015, pp. 377-401, 377.

10. Para un estudio detallado del papel de las metáforas en la creación de las matemáticas, véase George Lakoff y Rafael Núñez, *Where Mathematics Comes From: How the Embodied Mind Brings Mathematics into Being*, Basic Books, Nueva York, 2001). Para un estudio más reciente, consúltese Núñez y Marghetis, «Cognitive Linguistics and the Concept(s) of Number».

11. Núñez y Marghetis, «Cognitive Linguistics and the Concept(s) of Number», p. 402.

12. Núñez y Marghetis, «Cognitive Linguistics and the Concept(s) of Number», p. 402.

13. Por supuesto, los niños están contando frecuentemente objetos reales cuando aprenden y usan las matemáticas. Pero la idea más amplia es que en todos los contextos, incluyendo los abstractos, usamos un fundamento físico para hablar sobre cómo manipulamos en la mente las cantidades representadas a través de los números. Estas bases metafóricas de lenguaje numérico son comunes por todo el mundo; aunque en el capítulo 5 se señaló que las rectas numéricas no se usan en todas las culturas para dar sentido a las cantidades.

14. El valor de los gestos al explorar el conocimiento humano resulta evidente, por ejemplo, en Susan Goldin-Meadow, *The Resilience of Language: What Gesture Creation in Deaf Children Can Tell Us about How All Children Learn Language*, Psychology Press, Nueva York, 2003. Los hallazgos sobre gestos matemáticos discutidos aquí también se toman de Núñez y Marghetis, «Cognitive Linguistics and the Concept(s) of Number».

15. Estas ideas sobre la neuroimagen se han adaptado de Stanislas Dehaene, Elizabeth Spelke, Ritta Stanescu, Philippe Pinel y Susanna Tsivkin, «Sources of Mathematical Thinking: Behavioral and Brain-Imaging Evidence», *Science*, n.º 284 (1999), pp. 970-974. El ejemplo de interferencia espacial se basa en Dehaene, *The Number Sense: How the Mind Creates Mathematics*, p. 243.

16. Este efecto SNARC se describió por primera vez en Stanislas Dehaene, Serge Bossini y Pascal Giraux, «The Mental Representation of Parity and Number Magnitude», *Journal of Experimental Psychology: General*, n.º 122 (1993), pp. 371-396.

17. Véanse dos estudios de Heike Wiese: *Numbers, Language, and the Human Mind*, Cambridge University Press, Cambridge, 2003, y «The Co-Evolution of Number Concepts and Counting Words», para una idea detallada de cómo la sintaxis podría impactar en el pensamiento numérico. Según este autor, este tipo de pensamiento que tiene una base lingüística nos permite usar no solo números cardinales, los cuales se refieren a los valores de conjuntos de elementos concretos, sino también ordinales y números como nombres (véase la nota 2). Dicha valiosa percepción tampoco debería sobreampliarse. El rango de diversidad en las lenguas del mundo tendría que darnos qué pensar antes de concluir que las influencias sintácticas juegan un papel importante en la expansión del pensamiento numérico en todas las culturas. Considerando el alcance al cual algunas lenguas permiten cierta libertad en el orden de palabras y no teniendo unas restricciones sintácticas rígidas, tomar dicha precaución se convierte en algo prudente. Esto incluye muchas lenguas con sistemas ricos de declinaciones que expresan quién es el sujeto y el objeto sin importar su posición en la oración (el latín, por ejemplo). Los hablantes de algunos idiomas con una sintaxis más libre también llegan a entender los números. Esto no implica que la sintaxis no juegue un papel a la hora de facilitar nuestra propia adquisición de dichos conceptos. Sin embargo, cualquier influencia de la gramática en el modo en que aprendemos los números probablemente varía de manera sustancial a lo largo de las diferentes culturas.

18. Para saber más sobre las proporciones entre el tamaño del cerebro y del cuerpo, véase Lori Marino, «A Comparison of Encephalization between Ondontocete Cetaceans and Anthropoid Primates», *Brain, Behavior and Evolution*, n.º 51 (1998), pp. 230-238. Para más detalles sobre el córtex humano, consúltese Suzana Herculano-Houzel, «The Human Brain in Numbers: A Linearly Scaled-Up Primate Brain», *Frontiers in Human Neuroscience*, n.º 3 (2009): doi:10.3389/neuro.09.031.2009. El recuento de neuronas usado aquí está tomado de Dorte Pelvig, Henning Pakkenberg, Anette Stark y Bente Pakkenberg, «Neocortical Glial Cell Numbers in Human Brains», *Neurobiology of Aging*, n.º 29 (2008), pp. 1754-1762.

19. La activación del SIP en monos se describe en Andreas Nieder y Earl Miller, «A Parieto-Frontal Network for Visual Numerical Information in the Monkey», *Proceedings of the National Academy of Sciences USA*, n.º 19 (2004), pp. 7457-7462. La interacción de regiones corticales y cantidades particulares ha sido discutida en varios trabajos, incluido Dehaene, *The Number Sense: How the Mind Creates Mathematics*, pp. 248-251.

20. Las situaciones relevantes en el SIP están presentes en Stanislas Dehaene, Manuela Piazza, Philippe Pinel y Laurent Cohen, «Three Parietal Circuits for Number Processing», *Cognitive Neuropsychology*, n.º 20 (2003), pp. 487-506. El grado de activación se discute en Philippe Pinel, Stanislas Dehaene, D. Rivière y Denis LeBihan, «Modulation of Parietal Activation by Semantic Distance in a Number Comparison Task», *Neuroimage*, n.º 14 (2001), pp. 1013-1026.

21. Véase Dehaene, *The Number Sense: How the Mind Creates Mathematics*, p. 241, para la evidencia de imágenes de la expansión verbal del razonamiento cuantitativo. Dado que el SHSIP está claramente asociado con el conocimiento numérico, algunos investigadores han propuesto un «módulo» del cerebro dedicado al pensamiento numérico. Consúltese Brian Butterworth, *The Mathematical Brain*, Macmillan, Londres, 1999. Es importante recordar que el córtex es muy plástico y que, aunque ciertas partes del cerebro podrían estar asociadas con ciertas funciones, estas regiones podrían variar entre individuos.

Capítulo 9: El número y la cultura: subsistencia y simbolismo

1. Keops era alrededor de 8 metros más alta antes de que su capa más exterior se erosionase. Usando la altura original (139 + 8), obtenemos que $147 \times 2 \times \pi = 924$, mientras que el perímetro es $230 \times 4 = 920$.

2. El trabajo más citado de los términos para los colores es Brent Berlin y Paul Kay, *Basic Color Terms: Their Universality and Evolution*, University of California Press, Berkeley, 1969. Datos fascinantes sobre la variabilidad intercultural de categorizaciones olfativas se presentan en Asifa Majid y Niclas Burenhult, «Odors are Expressable in Language, as Long as You Speak the Right Language», *Cognition*, n.º 130 (2014), pp. 266-270.

3. La correlación entre los números y la estrategia de subsistencia se encuentra en el estudio global de Patience Epps, Claire Bowern, Cynthia Hansen, Jane Hill y Jason Zentz, «On Numeral Complexity in Hunter-Gatherer Languages», *Linguistic Typology*, n.º 16 (2012), pp. 41-109. Los hallazgos sobre Bardi están tomados del mismo trabajo, p. 50.

4. Sin embargo, como vimos en el capítulo 8, algunas lenguas australianas sí tienen una palabra para el número 5, lo cual lleva a la innovación relativamente rápida de números más grandes.

5. Para saber más sobre el aislamiento de algunos grupos del Amazonas, véase Dylan Kesler y Robert Walker, «Geographic Distribution of Isolated Indigenous Societies in Amazonia and the Efficacy of Indigenous Territories», *PLoS ONE*, n.º 10 (2015): e0125113.

6. Aunque no deberíamos denigrar tradiciones lingüísticas y culturales particulares, podemos evitar dichos prejuicios mientras simultáneamente admitimos que las tecnologías numéricas permiten ciertos tipos de razonamientos que, a su vez, producen nuevas formas de innovación. Debería aceptarse que estas innovaciones incluyen sobre todo beneficios, como tecnologías médicas que dan lugar a períodos de vida más largos. De modo que incluso aunque los números no conduzcan de manera imparcial a vidas «mejores« o «más avanzadas», sin duda resultan cruciales para la transición a períodos vitales más largos. Por supuesto, los números también son fundamentales para desarrollos menos agradables, como por ejemplo las guerras mecanizadas.

7. Véanse, por ejemplo, Andrea Bender y Sieghard Beller, «Mangarevan Invention of Binary Steps for Easier Calculation», *Proceedings of the National Academy of Sciences USA*, n.º 111 (2014), pp. 1322-1327, así como Andrea Bender y Sieghard Beller, «Numeral Classifiers and Counting Systems in Polynesian and Micronesian Languages: Common Roots and Cultural Adaptations», *Oceanic Linguistics* 25 (2006), pp. 380-403. Consúltese también Sieghard Beller y Andrea Bender, «The Limits of Counting: Numerical Cognition between Evolution and Culture», *Science*, n.º 319 (2008), pp. 213-215.

8. Para los nombres por orden de nacimiento de las lenguas del sur de Australia, véase Rob Amery, Vincent Buckskin, y Vincent *Jack* Kanya, «A Comparison of Traditional Kaurna Kinship Patterns with Those Used in Contemporary Nunga English», *Australian Aboriginal Studies*, n.º 1 (2012), pp. 49-62.

9. Bender y Beller, «Mangarevan Invention of Binary Steps for Easier Calculation», p. 1324.

10. Para saber más sobre las ventajas potenciales de estas tecnologías, consúltese, por ejemplo, Michael Frank, «Cross-Cultural Differences in Representations and Routines for Exact Number», *Language Documentation and Conservation*, n.º 5 (2012), pp. 219-238. Véase también el estudio de tecnologías como el ábaco en Karl Menninger, *Number Words and Number Symbols*, The MIT Press, Cambridge, 1969.

11. El reciente redescubrimiento del cero más antiguo del hemisferio oriental, en Camboya, está descrito en Amir Aczel, *En busca del cero. La odisea de un matemático para revelar el origen de los números*, Biblioteca Buridán, Barcelona, 2016. Dada la gran influencia de la cultura india en los jemer, se asume que el cero fue transferido de la India a Camboya. Aun así, el ejemplo definitivo más antiguo del cero del mundo antiguo es el que se encontró cerca de Angkor, primero descubierto en la década de 1930, y redescubierto después, en 2015, por Aczel, quien examinó muchas estelas de piedra hasta encontrarlo.

12. Para estudios más ricos de los sistemas numéricos escritos, véanse Stephen Chrisomalis, *Numerical Notation: A Comparative History*, Cambridge University Press, Nueva York, 2010, así como Stephen Chrisomalis, «A Cognitive Typology for Numerical Notation», *Cambridge Archaeological Journal*, n.º 14 (2004), p. 37-52.

13. Hay algo de discusión sobre si los jeroglifos egipcios fueron una innovación independiente de un conocimiento de la escritura en Sumeria. Aparecen en la escena no mucho después del desarrollo de la escritura en Mesopotamia, según la mayoría de las explicaciones. Dado que Sumeria y Egipto están bastante cerca geográficamente, es probable que los egipcios desarrollasen los jeroglíficos solo después de conocer la existencia de la escritura.

14. Para una mirada a la primera escritura cuneiforme, véase Eleanor Robson, *Mathematics in Ancient Iraq: A Social History*, Princeton University Press, Princeton, 2008. Para una discusión de los números en las primeras formas escritas, consúltese Stephen Chrisomalis, «The Origins and Co-Evolution of Literacy and Numeracy», en David Olson y Nancy Torrance, eds., *The Cambridge Handbook of Literacy*, Cambridge University Press, Nueva York, 2009, pp. 59-74. Chrisomalis describe la copresencia de numerales y sistemas de escritura antiguos, aunque señala que podría ser una coincidencia.

15. Sin embargo, debería quedar claro que los sistemas de conteo no necesariamente acabaron convirtiéndose en sistemas de escritura o numerales escritos. El mostrado en la figura 2.2 al final no produjo un sistema de escritura nativo jarawara. Lo mismo podría decirse de algunos sistemas de conteo que han existido en África y otros lugares durante miles de años. Pero incluso aunque la existencia de estos no sería una condición suficiente para la invención de la escritura, sí que podría incrementar la probabilidad de que se innovase con un sistema para escribir.

Capítulo 10: Las herramientas transformadoras

1. Los efectos de los cambios climáticos en la especiación humana se discuten en Susanne Shulz y Mark Maslin, «Early Human Speciation, Brain Expansion and Dispersal Influenced by African Climate Pulses», *PLoS ONE*, n.º 8 (2013): e76750. Para saber más sobre la potencial influencia de Toba, véase Michael Petraglia, «The Toba Volcanic Super-Eruption of 74,000 Years Ago: Climate Change, Environments, and Evolving Humans», *Quaternary International*, n.º 258 (2012), pp. 1-4. Sobre las ventajas de la costa sur de África durante esta época, consúltese Curtis Marean, Miryam Bar-Matthews, Jocelyn Bernatchez, Erich Fisher, Paul Goldberg, Andy Herries, Zenobia Jacobs, Antonieta Jerardino, Panagiotis Karkanas, Tom Minichillo, Peter Nilssen, Erin Thompson, Ian Watts y Hope Williams, «Early Human Use of Marine Resources and Pigment in South Africa during the Middle Pleistocene», *Nature*, n.º 449 (2007), pp. 905-908.

2. Las herramientas de piedra templada en cuestión presentan ventajas cuando se las compara con las de piedra de olduvayenses y achelenses que persistieron en el linaje humano durante alrededor de 2,5 millones de años, empezando hace alrededor de 2,6 millones de años. Véase, por ejemplo, Nicholas Toth y Kathy Schick, «The Oldowan: The Tool Making of Early Hominins and Chimpanzees Compared», *Annual Review of Anthropology*, n.º 38 (2009), pp. 289-305.

3. Para más sobre los hallazgos de la cueva de Blombos, veáse Christopher Henshilwood, Francesco d'Errico, Karen van Niekerk, Yvan Coquinot, Zenobia Jacobs, Stein-Erik Lauritzen, Michel Menu y Renata Garcia-Moreno, «A 100,000-Year-Old Ochre Processing Workshop at Blombos Cave, South Africa», *Science*, n.º 334 (2011), pp. 219-222.

4. Francesco d'Errico, Christopher Henshilwood, Marian Vanhaeren y Karen van Niekerk, «*Nassarius krausianus* Shell Beads from Blombos Cave: Evidence for Symbolic Behaviour in the Middle Stone Age», *Journal of Human Evolution*, n.º 48 (2005), pp. 3-24, 10.

5. Véase Susan Carey, «Précis of the Origin of Concepts», *Behavioral and Brain Sciences*, n.º 34 (2011), pp. 113-167, 159. La idea se ofrece como respuesta a Karenleigh Overmann, Thomas Wynn y Frederick Coolidge, «The Prehistory of Number Concepts», *Behavioral and Brain Sciences*, n.º 34 (2011), pp. 142-144. Los autores de esa pieza sugieren que las cuentas de Blombos podrían haber servido como números materiales reales ya que «una cadena de cuentas posee características inherentes que también son componentes de números naturales» (p. 143). En otras palabras, sugieren que las cuentas fueron los primeros números, y esos números constituyeron el primer material y pasaron a ser lingüísticos después de que la gente etiquetase los números materiales. Parece más plausible que dichos elementos homogéneos valiosos creasen presión para la innovación de números lingüísticos, una invención solo hecha posible debido a las características anatómicas humanas. Por ejemplo, Overmann, Wynn y Coolidge indican que «una lista de numerales de verdad surge cuando la gente pone etiquetas a diferentes cuentas marcadoras de posición» (p. 144). Esta explicación trata por encima las evidencias psicolingüísticas menos especulativas (véase el capítulo 5) que demuestran que los seres humanos adultos no pueden diferenciar de manera consistente cantidades de cosas, como cuentas, sin usar primero los números. Creo que la explicación también infravalora los datos lingüísticos que confirman que la gente da nombre a los números con nombres de las manos o de los dedos, no por cosas como cuentas. En resumen, nuestras manos sirven como entrada verdadera a los números, incluso si elementos externos al cuerpo, como las cuentas, ejercen presión para su creación.

6. La encuesta que demuestra una correlación entre el tamaño de la población y la religión se presenta en Frans Roes y Michel Raymond, «Belief in Moralizing Gods», *Evolution and Human Behavior* 24 (2003), pp. 126-135. Mis comentarios aquí están basados parcialmente en Ara Norenzayan y Azim Shariff, «The Origin and Evolution of Religious Prosociality», *Science*, n.º 322 (2008), pp. 58-62. Las ventajas de la cooperación dentro de un grupo para la idoneidad cultural adaptativa, mejorada por la religión, se discuten en Scott Atran y Joseph Henrich, «The Evolution of Religion: How Cognitive By-Products, Adaptive Learning Heuristics, Ritual Displays, and Group Competition Generate Deep Commitments to Prosocial Religions», *Biological Theory*, n.º 5 (2010), pp. 18-130.

7. El griego, el hebreo, el árabe y otras lenguas asociadas con las religiones importantes en cuestión tienen sistemas numéricos de base diez. Por lo tanto, resulta probable que el patrón que se está enfatizando sea una consecuencia de los sistemas decimales lingüísticos. En cualquier caso, este se debe fundamentalmente a la estructura de las manos humanas. Creo que este asunto merece atención, ya que la profundidad atribuida a algunos números religiosos no suele reconocer que están influenciados de alguna manera por la anatomía humana.

8. Lo que no se sugiere es que todos los números importantes desde el punto de vista espiritual son claramente divisibles entre diez. De hecho, algunos de los más pequeños son números primos: está el tres de la santa trinidad o los siete pecados capitales o los siete dones del espíritu santo o los siete días de la creación. Obsérvese que todos estos números son menores que diez. Incluso las excepciones mayores que diez no son siempre tan excepcionales como parecen serlo. Tomemos, por ejemplo, la importancia del 12 en el islam, el judaísmo y el cristianismo: los doce imanes, las doce tribus de Israel y los doce apóstoles. Como indiqué en el capítulo 3, también es probable que las bases duodecimales tengan un origen relacionado con las manos.

9. Una mirada crítica a los *p*-valores y su historia se presenta en Regina Nuzzo, «Scientific Method: Statistical Errors», *Nature*, n.º 506 (2014), pp. 150-152.

Los números nos hicieron como somos
Caleb Everett

Título original: *Numbers and the making of us*

Av. Diagonal, 662-664, 08034 Barcelona (España)
Crítica es un sello editorial de Editorial Planeta, S. A.
www.ed-critica.es
www.planetadelibros.com

Primera edición en libro electrónico (epub): mayo de 2018

ISBN: 978-84-9199-007-9

Conversión a libro electrónico: Newcomlab, S. L. L.
www.newcomlab.com